Periodico di Matematica (IV) Vol. VI (4) dicembre 2024, pp. 93-114

La doppia marea: una semplice spiegazione

Giuseppe D'Angelo
Docente di materie scientifiche presso il Liceo Scientifico "Leonardo" di Giarre - CT sitdang010762@mail.com

DOI : 10.53159/PdM(IV).v6n4.145

Sunto: *Molti testi scientifici, sia di carattere divulgativo che specialistico, attribuiscono il fenomeno della doppia marea alla costante forza centrifuga generata dalla rotazione del sistema Terra-Luna attorno al loro baricentro comune. Alcuni dati contrastanti, relativi al momento d'inerzia e al momento angolare dei due corpi, suggeriscono una più semplice spiegazione del fenomeno basata sulla costanza del momento angolare associato alla rotazione terrestre.*

Parole Chiave*: Doppie maree, baricentro Terra-Luna, alta marea, forza centrifuga*

Abstract: *Many scientific texts, both popular and specialist, attribute the double tide phenomenon to the constant centrifugal force generated by the rotation of the Earth-Moon system around their common center of gravity. Some conflicting data, relating to the moment of inertia and the angular momentum of the two bodies, suggest a simpler explanation of the phenomenon based on the constancy of the angular momentum associated with the Earth's rotation.*

Keywords: *double tides, Earth-Moon barycenter, high tide, centrifugal force*

1 – Introduzione

Con la scoperta della legge di gravitazione universale di Isac Newton trovarono spiegazione non soltanto le tre leggi di Keplero sul movimento dei pianeti attorno al Sole ma anche altri fenomeni naturali come, ad esempio, le maree. Apparve subito chiaro che il rigonfiamento delle acque marine che si verifica in corrispondenza del passaggio della Luna sul meridiano del luogo doveva essere causato proprio dall'attrazione gravitazionale del nostro satellite. Per spiegare però il rigonfiamento contemporaneo delle acque anche dal lato opposto della Terra si rese necessario considerare come la forza attrattiva della Luna si eserciti parimenti sia sull'acqua che sulla terra in base alla distanza da essa. Di conseguenza la minore forza attrattiva esercitata dalla Luna sulle acque presenti sul lato opposto della Terra possa consentire un innalzamento del loro livello considerando anche la costante forza centrifuga che le spinge verso l'esterno, dovuta al moto di rotazione della Terra, insieme alla Luna, attorno al centro di massa comune, del sistema da esse formato. In tal modo, mentre la Luna percorre un giro per equilibrare la forza attrattiva della Terra, anche questa completa una rivoluzione attorno al centro di massa del sistema che si trova all'interno della Terra medesima. Questa spiegazione della doppia marea è quella ufficiale ed appare in tutti i testi di settore. Ad esempio, al seguente link

https://cla.unisalento.it/c/document_library/get_file?folderId=7415906&name=DLFE-246801.pdf si legge: «*Le maree sono dovute all'attrazione gravitazionale esercitata soprattutto dalla Luna e dal Sole sulle masse marine e oceaniche. Nel fenomeno interviene anche la forza centrifuga dovuta alla rivoluzione del* *sistema Terra-Luna intorno al baricentro comune. Le maree sono essenzialmente legate al ritmo dei movimenti lunari. Ma non è questa la sola causa del fenomeno che quando in un punto si ha l'alta marea, essa si presenta anche al suo antipodo: ciò è dovuto al fatto che, oltre all'attrazione lunare, nel fenomeno interviene anche la forza centrifuga dovuta al moto di rivoluzione del sistema Terra-Luna*». Il link suggerito presenta, in modo sintetico, l'insieme degli aspetti del fenomeno mareale ed è utile per una veloce chiarimento degli stessi. Un altro link divulgativo è il seguente: https://divulgazione.uai.it/index.php/Le_maree, dove viene riportata questa spiegazione della doppia marea: «*Oltre alla gravità bisogna chiamare in causa un altro fenomeno: considerando il sistema costituito dalla Terra e dalla Luna, non è esattamente vero dire che la Luna compie un giro attorno alla Terra in un mese lunare. Piuttosto è come se la Terra e la Luna fossero i pesi disuguali del manubrio di un atleta, e ruotassero insieme attorno al baricentro comune del sistema. L'effetto della sola rotazione (ignorando la forza di gravità) è quello di far sì che le acque situate dal lato opposto rispetto alla Luna, tendano a sollevarsi per effetto della cosiddetta forza centrifuga. (La forza centrifuga, ricordiamo, è una forza apparente che si manifesta quando un corpo, che naturalmente tenderebbe a muoversi in linea retta, compie una traiettoria circolare o comunque curvilinea.) In conclusione, l'effetto gravitazionale fra la Terra e la Luna è più intenso dal lato della Terra che è affacciato verso la Luna, dato che la Luna è più vicina, e questa attrazione fa avvicinare le acque verso la Luna e crea un "rigonfiamento mareale" verso la Luna. La Terra, d'altra parte, sperimenta un'attrazione centripeta che la costringe, si fa per dire a ruotare attorno al baricentro del sistema Terra-Luna. La differenza fra queste due forze, in sostanza la combinazione di gravità e inerzia, crea due rigonfiamenti mareali: uno si forma nel punto più vicino* *alla Luna, l'altro nel punto diametralmente opposto. Questi rigonfiamenti, per forza di cose, rimangono allineati lungo la direzione Terra-Luna».* Come si può osservare viene sempre ribadito il concetto del sistema Terra-Luna visto come corpo "rigido" che ruota attorno ad un asse passate per il baricentro comune. In questo modo vennero spiegate le maree ed anche il fatto che ce ne fossero due al giorno. Con la legge di Newton molte altre cose divennero chiare. La Terra, ad esempio, è rotonda come conseguenza della risultante dell'attrazione gravitazionale di tutte le sue parti che è diretta verso il suo centro di massa posto al suo interno. Però non è esattamente rotonda perché ruota su sé stessa di modo che, a causa della forza centrifuga, si genera un rigonfiamento equatoriale e uno schiacciamento polare. Infatti, il diametro equatoriale è più grande di quello polare di circa 43 Km (1). Altre verifiche della validità della legge di gravitazione giunsero dalle osservazioni sul modo in cui ruotavano le lune di Giove e sui tempi da esse impiegati per farlo. Per quanto riguarda il fenomeno della doppia marea la spiegazione ufficiale appare soddisfacente dal punto di vista fisico, tuttavia, sembra possibile fare alcune puntualizzazioni che potrebbero offrire un approccio scientifico similare, altrettanto utile, per giustificare il fenomeno. In questa breve relazione si vuole chiarire proprio questo differente punto di vista prendendo in considerazione, per semplicità di trattazione, solo gli effetti gravitazionali della Luna. Le maree però vengono determinate, per le stesse ragioni fisiche, anche dal Sole che però essendo molto più distante dalla Terra, rispetto alla Luna, produce effetti minori.

[1]https://static.treccani.it/export/sites/default/Portale/resources/multimedia/Lezioni_Astrofisica/Terra/LEZIONE_Terra.pdf

In tal modo i due effetti gravitazionali possono sommarsi o sottrarsi in funzione della reciproca posizione assunta dai due astri in riferimento a quella della Terra (sizigie o quadratura) determinando il fenomeno delle maree vive o delle maree morte. In ogni caso le considerazioni di seguito espresse valgono anche per la marea solare.

2 - Grandezze fisiche di riferimento

L'esame della problematica posta in discussione nella introduzione non può prescindere dal chiarimento di alcune comuni grandezze fisiche relative al moto dei corpi posti in rotazione attorno ad un asse. Aver chiaro il loro concetto ci permetterà di comprendere meglio la riflessione qui presentata. Prendiamo intanto come sistema di corpi di riferimento il sistema Terra-Luna e proviamo a ricordare i concetti di centro di massa, momento di una forza, momento d'inerzia e momento angolare.

2.1 – Centro di massa di un corpo

Il centro di massa di un corpo o di un sistema di corpi è quel punto nel quale tutta la massa del sistema può essere considerata concentrata per intero in. Il centro di massa non sempre coincide con il baricentro fisico del corpo che invece deve intendersi come il punto di applicazione, su di esso, della forza peso. Le due definizioni possono descrivere lo stesso punto a condizione che si consideri l'accelerazione di gravità costante su tutto il corpo. Per determinare il centro di massa di un corpo si calcola la media ponderata tra i prodotti di ciascuna massa componente (mi) per la rispettiva coordinata (xi) e la sommatoria delle masse componenti. Le coordinate del centro di massa saranno quindi date dalle seguenti formule:

1) $$x_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \quad ; \quad y_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \quad ; \quad z_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i z_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

2.2 – Momento di una forza (o momento torcente)

Il momento di una forza è dato dal prodotto (vettoriale) tra la componente tangenziale di una forza e la distanza (detta braccio, misurata perpendicolarmente) dall'asse di rotazione alla quale essa è applicata. È l'equivalente rotazionale del concetto di forza.

$$\vec{M} = \vec{r}.\vec{F}$$

Il modulo del momento di una forza può essere determinato con la seguente formula:

$m_f = r\,.\,F.\,sin\,\alpha$

Con

r = distanza dall'asse di rotazione

α = angolo formato dai vettori $\vec{F}$ e $\vec{r}$

L'unità di misura del momento torcente è il N . m che corrisponde al J che è l'unità del lavoro, ma le due grandezze sono differenti e non vanno confuse tra loro. Pertanto si usa chiamare Joule (1J = 1N . m) solo l'unità del lavoro.

2.3 – Momento d'inerzia

Per momento d'inerzia o inerzia rotazionale di un corpo si intende il prodotto scalare tra la massa del corpo e il quadrato della distanza dall'asse di rotazione. Nel SI la sua unità di misura è il kilogrammo per metro quadrato (Kg . m²)

$m_I = \sum m_n r_n^2$

Con

m_n = componente elementare del corpo

r_n = distanza di ciascuna componente elementare dall'asse di rotazione

Il momento d'inerzia di un corpo rotante è una grandezza scalare e non dipende soltanto dalla sua massa ma anche dal modo in cui questa massa è distribuita rispetto all'asse di rotazione. Quindi a parità di massa se cambia la distanza dall'asse di rotazione la forza necessaria per porre in rotazione il corpo può diventare molto differente.

2.4 – Momento angolare di un corpo rigido

Il momento angolare o momento della quantità di moto è il prodotto vettoriale tra il momento d'inerzia (così come sopra definito) rispetto all'asse di rotazione e la velocità angolare del corpo: $\overrightarrow{m_a} = m_I \vec{\omega}$

L'unità SI per il momento angolare è il kilogrammo per metro quadro al secondo (Kg . m^2/s) equivalente al Joule per secondo (J . s)

3 - Centro di massa, momento d'inerzia e momento angolare del sistema terra-luna

Applichiamo adesso le relazioni matematiche sopra ricordate al sistema Terra-Luna con lo scopo di chiarire quale possa essere il ruolo da esse ricoperto nella manifestazione del fenomeno delle maree. Con tale finalità cominciamo con il calcolare la posizione del centro di massa secondo la direzione congiungente i due corpi celesti.

Applicando la 1) per la direzione prescelta otteniamo il risultato riportato nella tabella 1.

La corrente interpretazione fisica del fenomeno della doppia marea, cioè del fatto che una data tipologia di marea (ad esempio alta marea) si verifica contemporaneamente anche agli antipodi del luogo considerato, tiene conto dell'equilibrio con il quale le masse del sistema Terra-Luna si pongono attorno al centro di massa dello stesso.

Tabella 1 -Calcolo del centro di massa del sistema Terra-Luna

Massa luna (Kg)	Raggio luna (km)	Massa terra (kg)	Raggio terra (km)	Distanza terra-luna (km)	Posizione centro di massa sistema rispetto al centro della terra (Km)	Profondita' centro di massa sistema terra-luna (km)
7,34E+22	1738	5,97E+24	6372,797	384400	4667,97	1704,827

Questo equilibrio di masse fa sì che la forza centrifuga (dovuta al moto di rotazione del sistema medesimo) lungo la congiungente Terra-Luna, che assume verso opposto all'attrazione gravitazionale esercitata dal nostro satellite, bilanci perfettamente quest'ultima proprio lungo la congiungente medesima. Pertanto, quando, a seguito del moto di rotazione terrestre, le varie aree del nostro pianeta si trovano ad attraversare tale linea immaginaria si verifica un innalzamento contemporaneo del livello delle acque agli estremi opposti della Terra, lungo la suddetta congiungente. Infatti, dal lato della Terra in opposizione alla Luna la forza centrifuga è maggiore rispetto al lato in congiunzione mentre la forza attrattiva lunare è inferiore. Dal lato opposto (rivolto verso la Luna) si verifica esattamente il contrario. Nel complesso le due azioni si bilanciano e così si hanno due alte maree antipodali simultanee alle quali succederanno a distanza di circa sei ore due basse maree. Affinché si verifichi questo equilibrio si considera che il sistema Terra-Luna ruoti come un unico corpo solido attorno al centro di massa dello stesso. Quindi la Terra compirà una rotazione completa attorno al centro di massa del sistema nello stesso tempo in cui la Luna farà la stessa cosa. In tal modo il vettore forza centrifuga (dovuta all'inerzia del moto di rotazione) giace sulla stessa direzione del vettore forza di gravità ma con verso opposto. Se così non fosse le due maree con la stessa fase non potrebbero verificarsi agli antipodi.

Tabella 2 – Calcolo dei momenti d'inerzia di Terra e Luna e della distanza dall'asse di rotazione del medesimo sistema di astri.

Distanza centro luna-centro di massa sistema (km)	Distanza centro terra-centro di massa sistema (km)	Momento d'inerzia luna rispetto al centro di massa del sistema (kg . M^2)	Momento d'inerzia terra rispetto al centro di massa del sistema (kg . M^2)
387842,8	4667,97	1,10e+34	1,30e+32

Trattandosi di un moto di rotazione di un sistema di corpi (considerato rigido) attorno ad un asse bisogna considerare quindi il momento angolare (e quindi il momento d'inerzia) di entrambi. Per garantire poi un moto di rotazione sincrono attorno al medesimo asse è necessario che i due momenti angolari si eguaglino. Cioè, bisogna che si verifichi :

1) $\vec{m}_{a\,T} = \vec{m}_{a\,L}$

Cioè:

2) $m_{I\,T}\vec{\omega} = m_{I\,L}\,\vec{\omega}$

Essendo ω uguale per entrambi i corpi abbiamo:

3) $m_T r_T^2 = m_L r_L^2$

Se ad r_T diamo il valore riportato in tabella di fig. 1 (4667,97 Km) e ad r_L il valore della distanza dal centro della Luna al centro di massa del sistema, pari a 387842,8 Km,[2] utilizzando i valori noti delle masse dei due corpi celesti otteniamo valori differenti del momento d'inerzia per entrambi. La seguente tabella mostra i valori corrispondenti dei due momenti d'inerzia.

Anche i momenti d'inerzia del sistema Sole-Terra non coincidono se riferiti alla posizione del centro di massa del sistema che cade in prossimità del centro della nostra stella. La tabella 3 ci mostra i valori trovati.

[2] Il valore è ottenuto sommando il valore del raggio lunare (1738 Km) più la distanza Terra-Luna (384400 Km) più la distanza del centro di massa del sistema dalla superficie terrestre (1704,8 Km).

Tabella 3 – Calcolo dei momenti d'inerzia del Sole e della Terra									
Massa sole(kg)	Raggio sole (km)	Massa terra (kg)	Raggio terra (km)	Distanza terra-sole (km)	Posizione centro di massa	Distanza dalla superficie del sole del centro	Distanza centro terra-centro di massa sistema	Momento d'inerzia terra	Momento d'inerzia sole
1,99E+30	6,95E+05	5,97E+24	6372,797	1,50E+08	449,19	6,95E+05	1,50E+08	1,35E+41	4,01E+35

Dai dati ottenuti risulta evidente che la mancata uguaglianza dei momenti d'inerzia, e quindi dei momenti angolari dei due corpi del sistema rigido Terra-Luna, non sostiene la motivazione della rotazione del sistema medesimo attorno al suo centro di massa come causa del verificarsi delle maree doppie. Infatti, se i due momenti d'inerzia non corrispondono in modulo ciò dovrebbe comportare che Terra e Luna dovrebbero avere velocità angolare differenti attorno all'asse di rotazione del sistema (immaginato passante per il centro di massa del sistema, così come sopra calcolato) per poter eguagliare i momenti angolari di entrambi. Se si sostiene che Terra e Luna costituiscono un unico sistema allora esso deve essere equiparato concettualmente ad un corpo rigido. Per un corpo rigido in rotazione attorno ad un asse esiste, infatti, un unico momento angolare riferito a quell'asse. Cioè, l'asse di rotazione è posto ad una distanza tale che ogni elemento di massa del corpo possiede una quantità di moto in grado di, insieme alle quantità di moto di tutti gli altri elementi di massa del corpo, stabilizzare la rotazione del corpo medesimo. Nel nostro caso, però, per uniformare il momento angolare di Terra e Luna (che presentano momenti d'inerzia differenti) l'unico modo sarebbe quello che i due corpi presentino velocità angolare differente. In tal caso i tempi di rotazione attorno al centro di massa non sarebbero gli stessi per Terra e Luna. Ciò comporterebbe una conseguente variazione della posizione del centro di massa medesimo. Infatti, il centro di massa dipende dalla distanza reciproca delle masse considerate, pertanto, spostarne una in riferimento all'altra fa cambiare anche la posizione del centro di massa medesimo. In altri termini i due corpi sarebbero scollegati, non in equilibrio rotazionale l'uno rispetto all'altro. Di conseguenza, come già sostenuto, la gobba formata dalle masse liquide come effetto della forza centrifuga non sarebbe antipodale a quella dovuta all'attrazione gravitazionale della Luna, come dimostra il disegno di fig. 1. Come giustificare questo paradosso teorico?

4 - Ipotesi giustificativa

Terra e Luna rappresentano certamente un sistema di corpi celesti dal punto di vista gravitazionale. Insieme al Sole e agli altri pianeti partecipano al popolamento dello spazio di questo sistema stellare, occupando specifiche orbite così come impone la legge della gravitazione universale dedotta da Newton e perfezionata da Einstein con la teoria della relatività generale. I corpi minori si muovono all'interno della deformazione gravitazionale dello spaziotempo creata dai corpi di massa maggiore con una velocità che dipende dalla distanza dal corpo attorno al quale gravitano così come impone, peraltro, la terza legge di Keplero. Il momento angolare dagli stessi presentato dipende sostanzialmente dall'entità della forza gravitazionale del corpo attraente,[3] dalla loro specifica massa mentre la velocità di rotazione dipende dalla distanza .[4] Minore è la distanza maggiore deve essere la velocità angolare alla quale il corpo celeste si muove. Ciò serve per garantire la necessaria componente centrifuga capace di bilanciare la componente gravitazionale del corpo di massa maggiore, garantendo, in tal modo, un equilibrio rappresentato dall'andamento ciclico lungo l'orbita. Se consideriamo il sistema Terra-Luna (come anche il sistema Terra-Sole, o qualsiasi altro sistema similare) esso appare dotato di una certa stabilità nel tempo. Stabilità che si manifesta con una costante velocità di rivoluzione del corpo di dimensioni minori intorno a quello di dimensioni maggiori, come anche con una certa costanza della distanza che li separa. Da questo punto di vista se proprio vogliamo immaginare il sistema come un corpo rigido che ruota attorno ad un asse, quest'ultimo dovrebbe però collocarsi nella giusta posizione tra i due perché altrimenti, come abbiamo visto, i rispettivi momenti angolari (propri di un corpo rigido) non si uguagliano. Appare più probabile che l'equilibrio gravitazionale nel quale si trova il sistema Terra-Luna non comporti necessariamente una configurazione propriamente rigida del sistema medesimo. Solo in un corpo rigido vero e

[3] Che, a sua volta, dipende dalla sua stessa massa. Più massivo è il corpo attraente maggiore è la deformazione dello spaziotempo da esso indotto e, di conseguenza, il corpo di massa minore "cade" più velocemente nell'"imbuto" gravitazionale così creato.

[4] Così come accade ad una pattinatrice sul ghiaccio quando, eseguendo un avvitamento, avvicina le braccia al corpo per ruotare più velocemente o le allontana per rallentare.

proprio si verificherebbe una uguaglianza dei momenti angolari, ma in tal caso l'asse di rotazione sarebbe posto a distanza ben maggiore rispetto al centro di massa del sistema medesimo.[5] Non appare quindi indispensabile impostare la dimostrazione delle cause delle doppie maree sul concetto di rotazione del sistema Terra-Luna (considerato rigido) attorno al centro di massa dei due corpi. Direi, anzi, che tale interpretazione possa essere fuorviante. Infatti, come

---

[5] Nel calcolo effettuato in tabella di fig. 4 affinché i due momenti d'inerzia di Terra e Luna siano uguali, in modo da poter avere anche una uguale velocità angolare, il centro per cui far passare l'asse di rotazione dovrebbe trovarsi fuori dalla Terra ad alcune decine di migliaia di chilometri da essa. Se si vuole determinare la posizione del centro per cui dovrebbe passare l'asse di rotazione del sistema Terra-Luna affinché vengano eguagliati i due momenti d'inerzia si può procedere nel seguente modo. Si ponga la massa della Luna in rapporto a quella della Terra che viene assunta come unità. Il valore così ottenuto è pari a 0,012293. Adesso si ponga pari all'unità anche la distanza centro della Luna – centro della Terra [384400 Km + 1738 Km (raggio Luna) + 6372,8 Km (raggio Terra) = 392510,8 Km]. A questo punto è possibile impostare la seguente uguaglianza basata sulla formula del momento d'inerzia.

$$0{,}0122928 * (1 - r_T)^2 = 1 * r_T^2$$

$$0{,}0122928(1 - 2r_T + r_T^2) = 1 * r_T^2$$

$$0{,}987707 r_T^2 + 0{,}024585 r_T - 0{,}0122928 = 0$$

$$\frac{-0{,}02459 \pm \sqrt{0{,}00060445 + 0{,}0485667}}{2 * 0{,}987707}$$

Dalla risoluzione di questa equazione si ottiene il valore 0,099808 che moltiplicato per la distanza Terra-Luna (392510,8 Km) già ricordata permette di determinare la distanza del centro della Terra dall'asse di rotazione del sistema Terra-Luna. Tale distanza è pari a 39176 Km. Se si considera questa distanza i due momenti d'inerzia si equivalgono.

7

sappiamo, i pianeti del sistema solare presentano, come conseguenza della terza legge di Keplero, una velocità orbitale via via crescente man mano che diminuisce la loro distanza dal Sole. Quindi anche la velocità angolare è diversa per ciascuno di essi. Il verificarsi della doppia marea può essere spiegato più semplicemente ammettendo invece il principio della conservazione del momento angolare in riferimento al solo moto di rotazione terrestre. L'attrazione luni-solare che causa il sollevamento delle acque al passaggio di questi corpi celesti sul meridiano del luogo crea una anomala distribuzione delle masse idriche, accumulandole dal lato della superficie terrestre rivolto a questi corpi. Se questo fenomeno non venisse contrastato in tempo reale anche da un sollevamento del livello dei mari sul lato opposto della superficie terrestre (reazione inerziale) ciò provocherebbe un disequilibrio di masse rispetto al centro di massa del nostro pianeta. Se ciò si realizzasse provocherebbe una sorta di minima oscillazione dell'asse di rotazione con ripercussioni gravi sull'intero pianeta. La Terra nel corso del tempo assumerebbe un moto di rotazione oscillante, tipo trottola quando perde velocità. Il principio della conservazione della quantità di moto (gestito comunque dal principio d'inerzia) si oppone a tutto ciò permettendo alle acque di fluire uniformemente verso i poli opposti dove vengono creati i necessari accumuli di acqua utili a mantenere l'equa distribuzione delle masse.

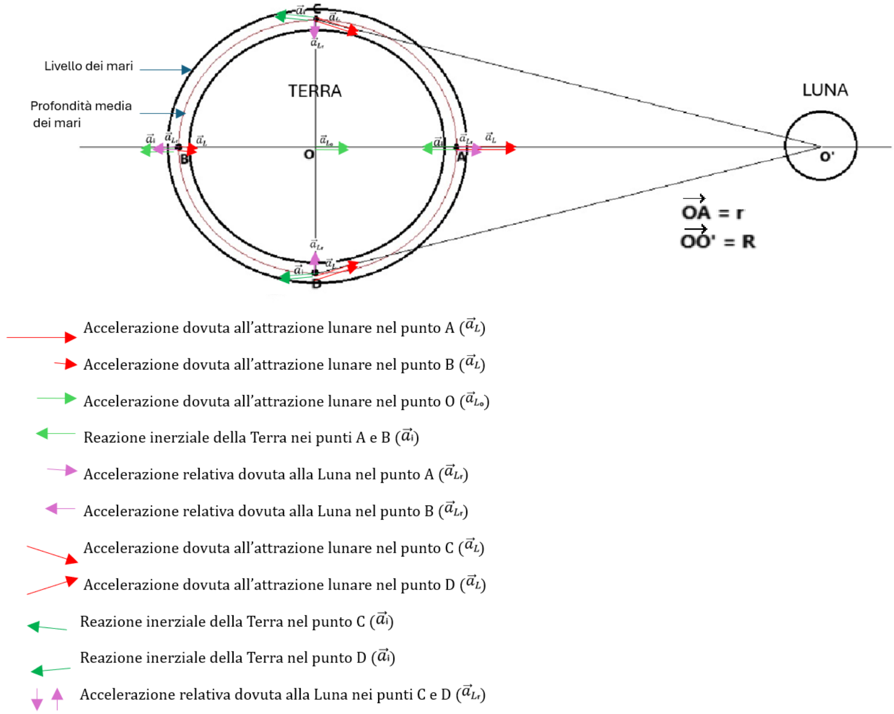

Fig. 1 – Effetti mareali antipodali identici come conseguenza dell'equilibrio tra l'azione gravitazionale della Luna sulla Terra e la reazione inerziale di quest'ultima.

Insomma, si ha una reazione inerziale della Terra alla forza attrattiva operata dalla Luna che equilibra le masse idriche ai lati opposti. Si prenda infatti in riferimento la figura 1.

In A l'accelerazione relativa al centro della Terra dovuta alla Luna è la differenza tra $\overrightarrow{a_L}$ (dovuta alla forza gravitazionale della Luna) e $\overrightarrow{a_i}$ (dovuta alla reazione inerziale e rivolta in verso opposto alla prima) che risultano essere parallele. Quindi l'accelerazione risultante sarà:

$$\overrightarrow{a_{Lr}}\,(A) = \overrightarrow{a_L}\,(A) - \overrightarrow{a_\iota} = -G\frac{m_L}{(R-r)^2} + G\frac{m_L}{R^2}$$

$$\overrightarrow{a_{Lr}}(A) = Gm_L\left[\frac{1}{(R-r)^2} - \frac{1}{R^2}\right] = Gm_L\frac{2Rr-r^2}{(R-r)^2R^2}$$

Poiché il raggio r della Terra è piccolo rispetto alla distanza R tra Terra e Luna possiamo trascurare il termine r^2 al numeratore, mentre al denominatore al posto della grandezza $(R - r)^2$ si può lasciare soltanto R^2.

Pertanto, avremo:

$$\overrightarrow{a_{Lr}}\,(A) = 2\frac{Grm_L}{R^3}$$

Analogamente al punto A, anche nel punto B possiamo applicare lo stesso procedimento.

$$\overrightarrow{a_{Lr}}\,(B) = \overrightarrow{a_L}\,(B) - \overrightarrow{a_\iota} = -G\frac{m_L}{(R+r)^2} + G\frac{m_L}{R^2}$$

$$\overrightarrow{a_{Lr}}\,(B) = Gm_L\left[\frac{1}{(R+r)^2} - \frac{1}{R^2}\right] = Gm_L\frac{2Rr-r^2}{(R+r)^2R^2}$$

$$\overrightarrow{a_{Lr}}\,(B) = 2\frac{Grm_L}{R^3}$$

In questo secondo caso poiché l'accelerazione risultante $\overrightarrow{a_{Lr}}$ (B) < $\overrightarrow{a_\iota}$ essa punta in verso opposto rispetto alla medesima risultante nel punto A. In tal modo in entrambi i punti antipodali A e B agisce la medesima risultante tra forza gravitazionale lunare e relativa reazione inerziale terrestre di modo che si hanno contemporaneamente due alte maree di uguale ampiezza. Nei punti C e D invece le accelerazioni relative dovute alla Luna ($\vec{a}_{Lr}$ (C) e $\vec{a}_{Lr}$ (D)) sono dirette verso il centro della Terra. Di conseguenza l'azione dell'acqua rafforza la gravità e si verifica un abbassamento del livello dei mari.

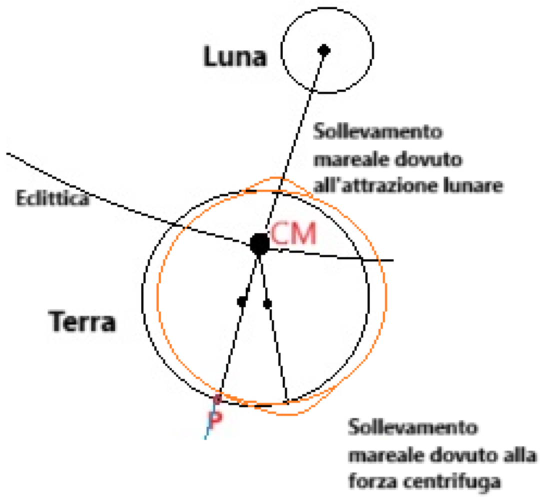

Fig. 2 – Ipotesi di differenti momenti angolari di Terra e Luna. La differente velocità angolare della Terra attorno al centro di massa del sistema disallinea il rigonfiamento antipodale delle acque dovuto all'inerzia rispetto a quello dovuto alla forza gravitazionale esercitata dalla Luna.

5 – Conclusioni

Le considerazioni fatte finora sembra rendano superflua la spiegazione della doppia marea come conseguenza della rotazione del sistema Terra-Luna attorno al suo centro di massa. L'ipotesi giustificativa del fenomeno della doppia marea appena esplicitata risolverebbe anche una probabile problematica teorica relativa a possibili errori di parallasse[6] che dovrebbero verificarsi nella determinazione della posizione di oggetti astronomici osservati giornalmente alla stessa ora nel corso del mese siderale.

[6] Per un più ampio approfondimento sulla parallasse stellare si consulti: https://oberon.roma1.infn.it/alessandro/astro2015/Astronomia015_4.pdf

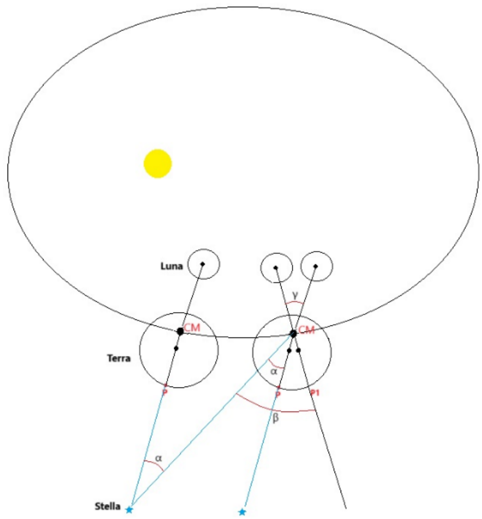

Fig. 3 – Descrizione grafica dell'errore di parallasse che si verificherebbe se giornalmente la Terra ruotasse anche attorno al centro di massa del sistema Terra-Luna. Dopo 23 h 56 m 4 s, alla medesima ora del giorno precedente, un osservatore dovrebbe ruotare il proprio telescopio non soltanto dell'angolo orbitale compiuto dalla Terra nel suo moto di rivoluzione attorno al Sole (angolo α) ma di un angolo maggiore (angolo β) perché nel frattempo il centro di massa della Terra ha subito una rotazione attorno al centro di massa del sistema Terra-Luna e l'osservatore (punto P) si troverebbe spostato spazialmente nel punto P1. L'angolo γ riportato in figura è l'angolo di cui si sposta la Luna attorno alla Terra giornalmente.

Teniamo conto, infatti, che la Terra nel tempo in cui compie una rotazione completa attorno al proprio asse si sposta anche lungo la sua orbita attorno al Sole di un certo angolo giornaliero, che varia in funzione della sua posizione orbitale e quindi in base alla stagione.

Se la Terra, nel compiere una rotazione attorno al proprio asse, ruotasse anche attorno al baricentro comune con la Luna, le coordinate del corpo celeste cercato dovrebbero differire ulteriormente, anche se di poco, rispetto alla sola variazione dovuta allo spostamento lungo l'orbita (vedi fig. 3).

Bisogna comunque tenere presente che la visibilità degli oggetti astronomici presenti sulla Sfera Celeste dipende da svariati fattori. Tali fattori si possono così riassumere:

- Dalle coordinate geografiche dell'osservatore. Ma cambiano nel tempo a causa della rotazione della Terra (parallasse diurna).
- Per una data posizione sulla Terra e per una data ora, gli oggetti visibili cambiano nel corso dell'anno a causa del moto di rivoluzione della Terra intorno al Sole (parallasse annua).

In particolare, nel sistema equatoriale le coordinate Declinazione e Ascensione Retta (α e δ) di un dato oggetto astronomico, risultando indipendenti dalla posizione dell'osservatore nello spazio, dovrebbero rimanere costanti nel tempo. In realtà però si conoscono diverse cause che possono farne variare i valori:

- Aberrazione della luce (causata dalla rivoluzione della Terra)
- Precessione Luni-Solare (causata dal moto dell'asse della Terra)
- Precessione planetaria (causata dal moto dell'asse della Terra)
- Le nutazioni dell'asse terrestre
- Rifrazione (causata dall'atmosfera della Terra)
- Moti propri delle stelle.

Per un maggiore chiarimento sui fattori sopra elencati si rimanda alle specifiche letture consigliate nella sito-bibliografia. L'esistenza di così tante fonti di errore nella determinazione delle coordinate astronomiche pone il dilemma di quali coordinate equatoriali bisogna considerare per i corpi celesti. Ad esclusione dei primi due fattori di cui si può facilmente tenere conto, per gli altri fattori, visto che le variazioni sono minime in rapporto ai tempi della vita umana, in pratica si assumono delle coordinate equatoriale corrette in un certo istante di tempo o, meglio, per una certa epoca, applicando alle stesse delle opportune variazioni. La maggior parte delle mappe e cataloghi usano l'epoca J2000.0 che indica il periodo che ha avuto inizio dall'anno 2000. Non vengono riportate in letteratura altre cause importanti di variazione nel tempo delle coordinate celesti, siano esse altazimutali o equatoriali. In particolare, non si trova traccia di parallasse dovuta al moto di rotazione della Terra attorno al centro di massa comune con la Luna. Dato che questo specifico errore di parallasse non è menzionato è presumibile che esso non si verifichi o che non sia stato ancora misurato. Quest'ultima ipotesi andrebbe quindi meglio verificata con opportune misurazioni angolari di confronto. In ogni caso la giustificazione teorica della doppia marea, riportata in questo breve lavoro, risulterebbe esente dalla problematica appena evidenziata non avendo riconosciuto nella rotazione del sistema Terra-Luna la causa del fenomeno della doppia marea. Inoltre, l'approccio logico deduttivo appena presentato della problematica della doppia marea sembrerebbe scientificamente condivisibile e di lineare comprensione.

Sito Bibliografia

D. Halliday, R. Resnick, J. Walker (2009). Fondamenti di fisica - Meccanica. Bologna, Zanichelli

http://webusers.fis.uniroma3.it/bernieri/pdf/Coordinate.pdf

http://webusers.fis.uniroma3.it/bernieri/pdf/Coordinate_ppt_1.pdf

https://cla.unisalento.it/c/document_library/get_file?folderId=7415906&name=DLFE-246801.pdf

https://fisica.campusnet.unito.it/didattica/att/80b1.4663.file.pdf

https://oberon.roma1.infn.it/alessandro/astro2012/Astronomia012_4.pdf

https://oberon.roma1.infn.it/alessandro/astro2015/Astronomia015_4.pdf

https://static.treccani.it/export/sites/default/Portale/resources/multimedia/Lezioni_Astrofisica/Distanze/presentazione.pdf

https://www.oact.inaf.it/wp-content/uploads/2021/02/Coordinate_2020-1.pdf

https://www.unisalento.it/documents/20152/719430/Maree.pdf/

Lucio Russo (2003). Flussi e riflussi -Indagine sull'origine di una teoria scientifica. Milano, Feltrinelli Editore

Richard Feynman (2023). La legge fisica. Bollati Boringhieri