Periodico di Matematica (IV) Vol. VI (3) settembre 2024, pp. 41-62

La duplicazione del cubo: alcune soluzioni a confronto

Bruno Jannamorelli*

*Docente di Matematica in pensione, Sulmona (AQ); jannab@tiscali.it

DOI : 10.53159 /PdM(IV).v6n3.139

Sunto: *Il problema della duplicazione del cubo, ossia la costruzione di un cubo avente volume doppio rispetto a quello di un cubo di lato assegnato, è uno dei tre problemi classici della matematica greca, insieme alla trisezione dell'angolo e alla quadratura del cerchio. È necessario precisare che, per i Greci, il problema consisteva nella costruzione con riga e compasso dello spigolo del cubo richiesto. Non sono mai riusciti nell'impresa e per questo hanno cercato altre soluzioni. Propongo alcune delle tante soluzioni trovate nel corso dei secoli, ma prima presento le leggende relative alla nascita del problema.*

Parole Chiave: *Cubo, triangoli simili, parabola, mesolabio.*

Abstract: *The problem of doubling the cube, i.e. the constructionof a cube having double the volume of a cube with an assigned side, is one of the three classic problems of Greek mathematics, together with the trisection of the angle and squaring of circle. It is necessary to point out that, for the Greeks, the problem consisted in constructing the required edge of the cube with a ruler and compass. They never succeeded and for this reason thei looked for other solurions. I propose some of the many solutions found over centuries, but first I present the legend relating to the birth of the problem.*

Keywords: *Cube, similar triangle, parabola, mesolabe.*

1 - Il sepolcro di Glauco e la peste di Atene

In una lettera indirizzata da Eratostene (276 a.C. – 194 a.C.) a Tolomeo III si parla di due leggende che hanno dato origine al problema della duplicazione del cubo (Loria, 1987, p.76):

> *Eratostene a Tolomeo, salute.*
>
> *Narrano che uno degli antichi poeti tragici facesse apparire sulla scena Mino [Minosse, re di Creta] nell'atto di far costruire una tomba al figlio Glauco e che Mino, accorgendosi che questa era lunga da ogni lato cento piedi, dicesse:*
>
> *"… piccolo spazio invero accordasti ad un sepolcro di re; raddoppialo, conservandolo sempre di forma cubica, raddoppia subito tutti i lati del sepolcro".*
>
> *Or è chiaro che egli s'ingannava. Infatti, duplicandone i lati, una figura piana si quadruplica, mentre una solida si ottuplica.*
>
> *Allora anche fra i geometri fu agitata la questione in qual modo si potesse duplicare una data figura solida qualunque, conservandone la specie. E questo problema fu chiamato duplicazione del cubo.*

Più avanti nella stessa lettera, Eratostene riporta un'altra leggenda che parla dell'oracolo di Delo (Loria, 1987, p.76):

> ...*che aveva imposto agli abitanti di Delo di raddoppiare l'altare di forma cubica, dedicato al dio. Il quesito aveva generato aporia negli "architetti", che ne avevano cercata la soluzione, sicché i Deli avevano cercato consiglio presso Platone, che aveva interpretato l'oracolo come un rimprovero del dio agli Elleni di trascurare la geometria e un invito a occuparsene, non tanto come un'espressione del desiderio del dio di avere un altare doppio.*

Una conferma di questa leggenda la troviamo in Giovanni Filopono (vissuto nel VI secolo d.C. ad Alessandria d'Egitto) il quale narra di una devastante epidemia di peste che mieteva tante vittime e del ricorso degli abitanti all'oracolo di Delo per sapere cosa dovessero offrire al dio Apollo per placare la pestilenza (Loria, 1987, p.76-77):

> *…quando dio annunciò agli abitanti di Delfi, attraverso l'oracolo, che, al fine di sbarazzarsi della pestilenza, essi dovessero costruire un altare doppio di quello che esisteva, i loro operai specializzati caddero in una grande perplessità nei loro tentativi di scoprire come si potesse realizzare il doppio di un solido simile; essi, perciò, si recarono da Platone, per interrogarlo a proposito di ciò, ed egli rispose che l'oracolo non intendeva che il dio volesse un altare di misura doppia, ma che egli desiderava, nell'affidargli il compito, disonorare i Greci per la loro negligenza in matematica e il loro disprezzo della geometria. "Il dio ha punito il popolo per aver trascurato la scienza della geometria che è scienza per eccellenza.*

Racconti analoghi ricorrono anche in altri testi di Plutarco, precisamente *De E apud Delphos* (6, 386 e) e *De genio Socratis* (7, 579 b-d), con l'aggiunta in quest'ultimo che i Deli si erano rivolti a Platone in quanto *geometrikòs* .

2 - Soluzione di Ippocrate di Chio

Eratostene, sempre nella lettera già citata, parla delle prime soluzioni al problema della duplicazione del cubo (Loria, 1987, p.77):

Dopo che tutti furono per lungo tempo titubanti, per primo Ippocrate di Chio trovò che se tra due segmenti, dei quali il maggiore sia doppio del minore, si inscrivono due medie in proporzione continua, il cubo sarà duplicato, e così tramutò una difficoltà in altra non minore.

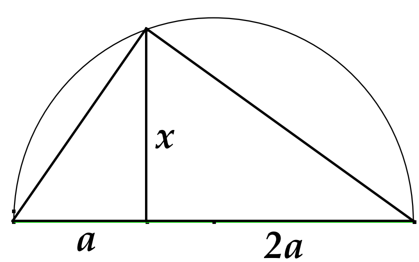
Essi [i geometri dell'Accademia di Platone] se ne occuparono con diligenza e si dice che, avendo cercato d'inserire due medie fra due rette, Archita Tarantino vi riuscisse col semicilindro ed Eudosso invece mediante certe linee curve. Questi furono seguiti da altri nel rendere più perfette le dimostrazioni, non però nell'effettuare la costruzione ed accomodarla alla pratica, eccettuato forse Menecmo e con gran fatica.

Per comprendere l'idea geniale di Ippocrate è necessario premettere che, al suo tempo, era ben noto che il lato di un quadrato di area doppia di quella di un quadrato di lato a è il medio proporzionale x tra a e $2a$. Infatti dalla proporzione

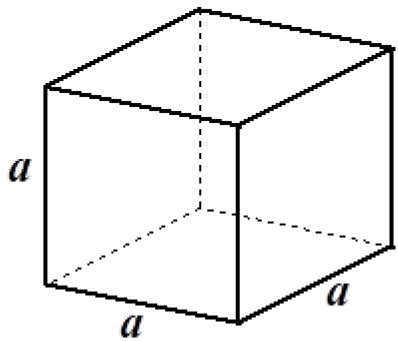
$$a : x = x : 2a$$

si ha $x^2 = 2a^2$, quindi il quadrato di lato x ha area x^2 doppia di quello di lato a e area a^2.

La costruzione geometrica del lato $\boldsymbol{x}$ è basata su quello che noi conosciamo come secondo teorema di Euclide [Elementi, Libro VI, Proposizione 8]: basta disegnare il semicerchio di diametro $3a$ e il triangolo rettangolo in esso inscritto avente i cateti con proiezioni ortogonali sull'ipotenusa (diametro) pari ad a e $2a$. L'altezza del triangolo relativa all'ipotenusa è il segmento di lunghezza x medio proporzionale tra a e $2a$.



In maniera analoga, per duplicare un cubo di lato a e volume a^3 bisogna trovare un segmento di lunghezza x tale che $x^3 = 2a^3$.



Ippocrate pensò di ricondurre il problema alla costruzione di due segmenti x, y in proporzione media continua tra i segmenti di lunghezza a e $2a$:

$$a : x = x : y = y : 2a \,.$$

Infatti, dalla prima proporzione si ha $x^2 = ay$, dalla seconda $y^2 = 2ax$ e risolvendo il sistema formato da queste due equazioni

$$\begin{cases} y = \dfrac{x^2}{a} \\ \dfrac{x^4}{a^2} = 2ax \end{cases}$$

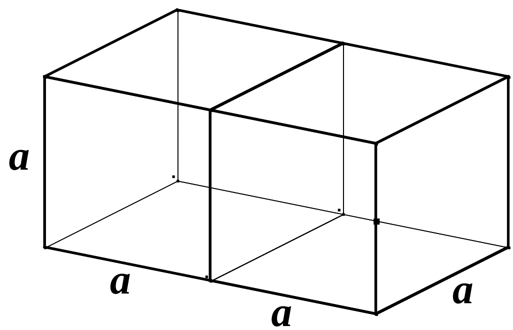
si ricava proprio $x^3 = 2a^3$.

La costruzione geometrica del segmento x, lato del cubo di volume doppio di quello di lato a, non viene fornita. Il problema è stato solo spostato per dare la possibilità ad altri di risolverlo. Ma come avrà fatto Ippocrate a partorire questa idea? Forse ha ragionato come viene riportato di seguito nella soluzione attribuita a Platone: si applica due volte il secondo teorema di Euclide a due triangoli rettangoli.

Nessuno può confermare questa ipotesi o indicare un'altra strada seguita da Ippocrate. A me piace immaginare che abbia seguito un ragionamento simile a quello riportato da Bunt-Jones-Bedient in (Bunt L.N.H., Jones P.S., Bedient J.D. (1983), pag.110).

Partiamo da due cubi, aventi i lati di lunghezza *a*, realizzati con argilla fresca e cominciamo a pasticciare …

a) Incolliamo i due cubi lungo una faccia, in modo da ottenere un parallelepipedo di lati 2a, a, a. Il volume di tale solido è $2a^3$, ma non è un cubo!

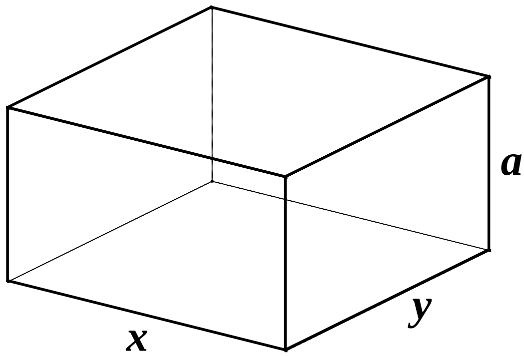


b. Cominciamo a trasformare questo parallelepipedo in un altro solido, avente sempre lo stesso volume, mantenendo la stessa altezza *a*. Cambia la base che non è più un rettangolo di lati *a* e *2a*, ma un rettangolo di lati *x* e *y*. Il lato *x* è quello del cubo di volume $2a^3$ che vogliamo costruire. Ribadiamo che in questa trasformazione non buttiamo via nemmeno un pezzettino di argilla e, se l'altezza rimane a, allora l'area di base deve rimanere invariata, pertanto:

$$xy = 2a \cdot a \,,$$

da cui si trova la prima proporzione:

$$a : x = y : 2a \, .$$

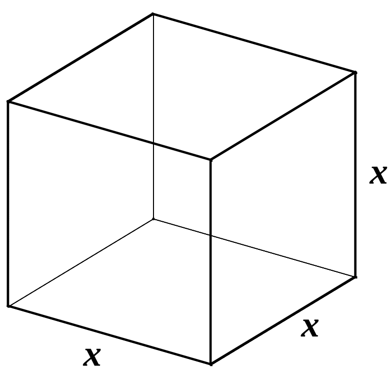


c. Modifichiamo la faccia di lati a e y in modo da ottenere un cubo di lato x, conservando tutta l'argilla. Questo è possibile se la faccia laterale di area $a \cdot y$ viene trasformata in un quadrato di lato x e quindi di area x^2:

$$x^2 = a \cdot y$$

da cui si ricava l'altra proporzione

$$a : x = x : y$$



d. Dalle due proporzioni si ha la doppia proporzione di Ippocrate:

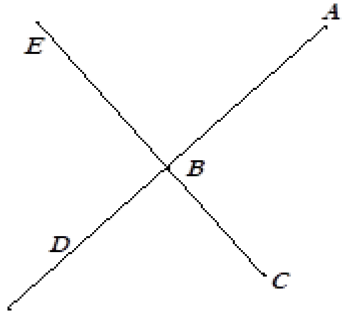
$$a : x = x : y = y : 2a$$

3 - Soluzione attribuita a Platone

Un contributo di Platone alla soluzione della duplicazione del cubo consisterebbe in un procedimento da lui immaginato per inserire due medie proporzionali fra due segmenti dati. Esso è stato riferito, come viene riportato di seguito, da Eutocio di Ascalona (a sud dell'attuale territorio di Israele), vissuto tra il V e il VI secolo d.C., conosciuto come commentatore delle opere di Archimede (Loria, 1987, p.124-125):

Dati due segmenti, trovare due medie proporzionali in proporzione continua.

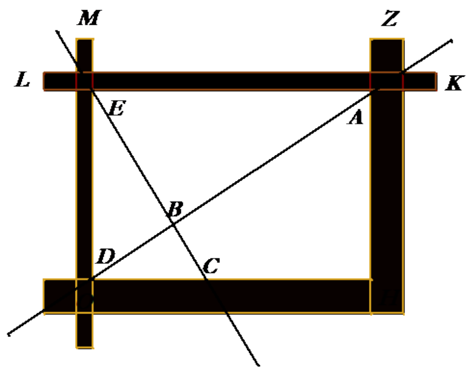
I due segmenti AB e BC fra i quali bisogna trovare due medie proporzionali siano fra loro perpendicolari. Si prolunghino verso D, E [in modo da formare una croce].



Si costruisca un angolo retto ZHO [con due righelli di legno] e sul lato ZH si faccia scorrere, entro una *scanalatura, una riga KL in modo che resti sempre parallela a HO. Ciò accadrà se noi immaginiamo una seconda riga OM connessa a OH [ma libera di muoversi sul segmento OH] e parallela a ZH: infatti se le superfici anteriori delle due righe ZH, OM sono munite di scanalature conformate a incastro e in queste penetrano dei tasselli incollati alla riga KL, nel suo moto la riga KL rimarrà sempre parallela ad HO.*

Fatto ciò, si faccia coincidere il punto D con il punto O mentre C viene a trovarsi su HO, si muova la riga KL e l'altra OM [come nella figura seguente]. Allora si sarà ottenuto quello che si voleva. Essendo, infatti, gli angoli DBC, DBE retti, si avrà:

BC : BD = BD : BE = BE : AB



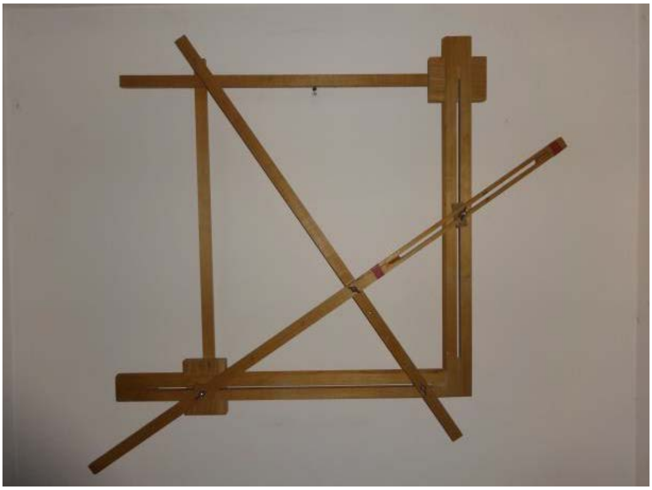
Facendo in modo che sia AB = 2BC, il segmento BD è il lato del cubo di volume doppio di quello avente lo spigolo BC.

Si tratta indubbiamente di una soluzione semplice ed elegante. È una applicazione del teorema: "L'altezza relativa all'ipotenusa di un triangolo rettangolo è media proporzionale fra le proiezioni ortogonali dei cateti sull'ipotenusa stessa", applicato due volte ai triangoli rettangoli CDE e AED. Questo teorema era già noto ad Archita di Taranto il quale aveva insegnato la geometria a Platone e quindi la soluzione descritta da Eutocio potrebbe essere attribuita al grande filosofo greco. Però come si fa a riconoscere la paternità di una soluzione meccanica a colui che detestava l'uso di mezzi meccanici per risolvere problemi geometrici? Una delle tante espressioni di Platone in merito è la seguente: "… perché così le prerogative della geometria vengono oscurate e tolte. Essa è ricondotta allo stato pratico, invece di fare come oggetti di essa le figure eterne ed incorporee".

Visto che il solo Eutocio riferisce della soluzione meccanica di Platone e, invece, Eratostene nella lettera a Tolomeo III non la cita, è probabile che non sia stato il grande filosofo l'autore del suddetto congegno. Forse Platone aveva ideato la soluzione dei due triangoli rettangoli per trovare la doppia proporzione continua e qualche suo commentatore aveva pensato a congegnare quel semplicissimo strumento meccanico che facilita la soluzione. Oppure Platone ha voluto dimostrare quanto fosse facile ricorrere a strumenti meccanici per risolvere problemi di geometria.

4 - La soluzione di Menecmo

Il più famoso allievo di Eudosso è stato Menecmo (380 a.C. , 320 a.C.) a cui si attribuisce la prima classificazione delle sezioni coniche, nacque ad Alopeconneso (città del Chersoneso Tracio, attuale Turchia) o forse a Proconneso (isola della Propontide). La soluzione del problema di Delo trovata da Menecmo con le sezioni coniche, annunciata nella lettera di Eratostene a Tolomeo II, è stata descritta da Eutocio in due forme diverse nel suo commento al secondo libro di Archimede: *"Su la sfera e il cilindro"*.



"Duplicatore del cubo": una riproduzione di Luca Taglieri

Il commento di Eutocio è stato riportato in (Loria, 1987, p.151) e qui viene riproposta solo la seconda forma con un linguaggio più vicino a quello moderno:

Siano dati due segmenti AB e BG fra loro perpendicolari (fig. 1). Fra essi siano medi proporzionali i segmenti DB e BE, onde si abbia:

BG : BD = BD : BE = BE : AB. Dalla proporzione BG : BD = BD : BE si ha che il rettangolo di area $\overline{BG}\, x\, \overline{BE}$ è equivalente al quadrato di area $\overline{BD}^2$ ossia $\overline{EZ}^2$. Il punto Z apparterrà ad una parabola avente per asse BE e parametro BG.

[Nel linguaggio moderno della Geometria Cartesiana: se $\overline{BD} = x$, $\overline{BE} = y$, $\overline{BG} = a$, allora $ay = x^2$, ossia $y = \frac{1}{a} x^2$.]

Inoltre, essendo BD : BE = BE : AB , il rettangolo di area $\overline{AB}\, x\, \overline{BD}$ è equivalente al quadrato di area $\overline{BE}^2$, cioè $\overline{DZ}^2$.

Quindi Z appartiene a una parabola di asse BD e parametro AB.
[Nel linguaggio moderno della Geometria Cartesiana: se $\overline{BD} = x$, $\overline{BE} = y$, $\overline{AB} = 2a$, allora $2ax = y^2$, ossia $x = \frac{1}{2a} y^2$. Il punto Z, intersezione delle due parabole, ha l'ascissa $\overline{BD} = x$ e l'ordinata $\overline{BE} = y$ che sono medie proporzionali tra BG e AB. Se AB = 2BG, allora l'ascissa di Z è il lato del cubo di volume $2a^3$].

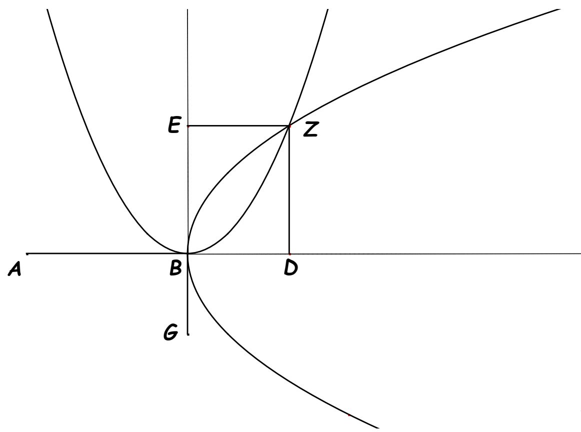


Fig. 1

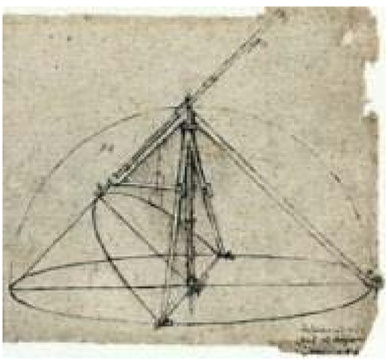
Il problema della duplicazione del cubo di lato BG si risolve, dunque, come segue:
dati due segmenti fra loro perpendicolari BG e AB [AB = 2BG] , si prolunghino indefinitamente oltre B. Si descriva una parabola di asse BE e parametro BG; poi una seconda di asse BD e parametro AB. Le due parabole si taglino in Z e da Z si conducano le perpendicolari ZD, ZE. Essendo allora ZE, cioè BD, una ordinata di parabola sarà $\overline{BG} \, x \, \overline{BE} = \overline{BD}^2$, onde BG : BD = BD : BE.
Inoltre, essendo DZ, cioè BE, una ordinata di parabola sarà $\overline{AB} \, x \, \overline{BD} = \overline{BE}^2$, onde

BD : BE = BE : AB. Ma si aveva prima BG : BD = BD : BE, perciò

BG : BD = BD : BE = BE : AB.

Come bisognava ottenere.

La parabola si descrive poi mediante il διαβητηξ [strumento di forma simile alla lettera greca λ] inventato dal maestro meccanico Isidoro da Mileto e da lui descritto nel commento che compose alle χαμαριχα (arte di costruire gli archi) di Erone. (Loria, 1987, p.153). Chissà se somigliava al compasso parabolico di Leonardo da Vinci?

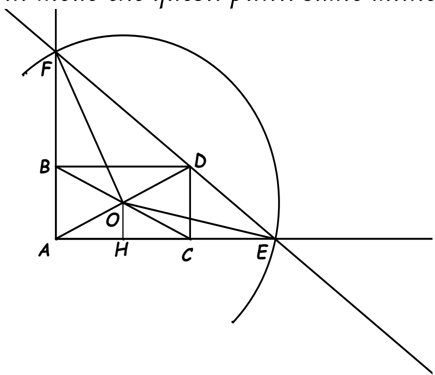


Compasso parabolico di Leonardo da Vinci (Codice Atlantico, f. 1093 recto)

5 - Soluzione di Apollonio-Erone

Fra le otto soluzioni del problema della duplicazione del cubo descritte da Eutocio nel suo prezioso commento al II dei libri di Archimede *Su la sfera e il cilindro*, c'è quella riportata di seguito attribuita ad Apollonio (Loria, 1987, p.400):

I due segmenti fra i quali bisogna inserire due medie proporzionali siano AB e AC che formano un angolo retto *in A. Con centro in B e raggio uguale ad AC si descriva una circonferenza e poi con centro in C e raggio uguale ad AB si descriva una seconda circonferenza la quale intersechi la prima in D e si conducano i segmenti DA, DB, DC, BC: si avrà allora un rettangolo. Con centro in O, punto d'intersezione delle diagonali del rettangolo, si disegni una circonferenza che intersechi i prolungamenti di AB e AC in F, E, facendo in modo che questi punti siano allineati con D.*



Le medie cercate sono i segmenti *BA* e *CE*. La dimostrazione viene esposta da Eutocio quando riporta la soluzione del problema della duplicazione del cubo fatta da Erone e Filone (Loria, 1987, p.575-576):

> *Come dunque troveremo due medie proporzionali consecutive tra due segmenti dati?* – si chiede Erone nel suo libro *Meccanica*, e prosegue - … *siano AB e AC i due segmenti dati, perpendicolari tra loro: sono i due segmenti fra cui vogliamo trovare due medie proporzionali. Completiamo il rettangolo ABDC conducendo i lati DB e DC, uniamo A con D e B con C, poi facciamo passare nel punto D una riga che intersechi i prolungamenti di AB e di AC e che noi, mediante rotazione, disporremo in una posizione tale che siano uguali i segmenti uscenti da O terminanti nei punti d'intersezione della riga con i prolungamenti di AB e di AC: siano F ed E tali punti.*

Dico che i segmenti CE e BF sono medi proporzionali tra AB e AC; il primo termine dei rapporti sarà AB, il secondo sarà CE, BF il terzo e AC il quarto. Infatti, il quadrilatero ABDC ha i lati a due a due paralleli e gli angoli retti: dunque i quattro segmenti OA, OB, OC, OD sono uguali. Il segmento OA essendo uguale al segmento OC e la linea OE essendo già stata condotta, abbiamo:

$$\overline{AE}\cdot\overline{CE}+\overline{CO}^2=\overline{OE}^2$$

[Applicando il teorema di Pitagora ai triangoli rettangoli OHC e OHE si ha:

$$\overline{OE}^2=\overline{OH}^2+\overline{HE}^2$$
$$\overline{CO}^2=\overline{OH}^2+\overline{HC}^2,$$

da cui, sottraendo, si ha:

$$\overline{OE}^2-\overline{CO}^2=\overline{HE}^2-\overline{HC}^2=(\overline{HE}+\overline{HC})(\overline{HE}-\overline{HC}).$$

Ma, $\overline{HE}+\overline{HC}=\overline{HE}+\overline{AH}=\overline{AE}$, $\overline{HE}-\overline{HC}=\overline{CE}$,

e quindi, $\overline{OE}^2-\overline{CO}^2=\overline{AE}\cdot\overline{CE}$, ossia:

$$\overline{AE}\cdot\overline{CE}+\overline{CO}^2=\overline{OE}^2,$$

e questa è la relazione scritta da Erone].

Similmente:

$\overline{AF}\cdot\overline{FB}+\overline{BO}^2=\overline{FO}^2$.

I due segmenti OE e FO sono uguali, onde risulta

$\overline{AE}\cdot\overline{CE}+\overline{CO}^2=\overline{AF}\cdot\overline{FB}+\overline{BO}^2$

ma $\overline{CO}^2=\overline{BO}^2$, *quindi resta*

$\overline{AE}\cdot\overline{CE}=\overline{AF}\cdot\overline{FB}$,

ossia $\overline{AF}:\overline{AE}=\overline{CE}:\overline{FB}$.

D'altra parte, dalla similitudine dei triangoli DCE, FAE, e FBD si ha: $\overline{DC}:\overline{CE}=\overline{AF}:\overline{AE}=\overline{FB}:\overline{BD}$.

In conclusione, $\overline{DC}:\overline{CE}=\overline{CE}:\overline{FB}=\overline{FB}:\overline{BD}$

Ed essendo $\overline{DC}=\overline{AD}$ *e* $\overline{BD}=\overline{AC}$ *, risulta che CE e FB sono medie proporzionali tra AB e AC. È quanto volevamo dimostrare.*

6 - La soluzione di Eratostene

Eratostene, nato a Cirene (oggi Shahhat, in Libia) nel 276 a.C., fu il terzo bibliotecario della famosa biblioteca di Alessandria d'Egitto dove morì nel 194 a.C., descrive accuratamente la sua soluzione meccanica dell'inserimento di due medie proporzionali tra due segmenti assegnati nella lettera indirizzata a re Tolomeo III già citata (Loria, 1987, p.344-345-346):

> *Siano dati due segmenti diseguali AE e DT fra cui bisogna inserire due medie in proporzione continua. Sia AE perpendicolare a ET e su ET si costruiscano tre rettangoli uguali dei quali si traccino le diagonali AZ, LH, MT fra loro parallele (fig. 2). Tenendo fermo il rettangolo intermedio, si accostino ad esso gli altri due, ponendo quello di sinistra al di sopra e quello di destra al di sotto di esso (fig. 3), in modo che i punti A, B, G, D si dispongano in linea retta. Per questi punti A, B, G, D si conduca una retta la quale incontri in K la retta ottenuta prolungando ET".*

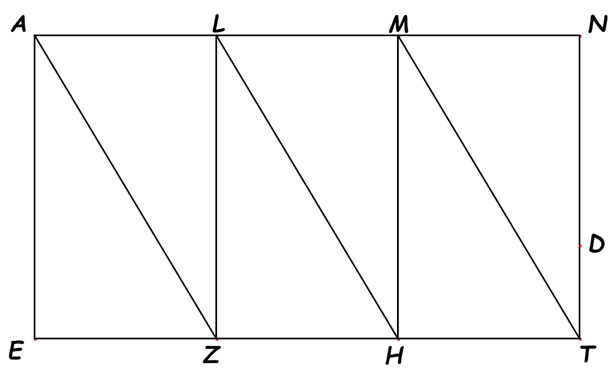


Fig. 2

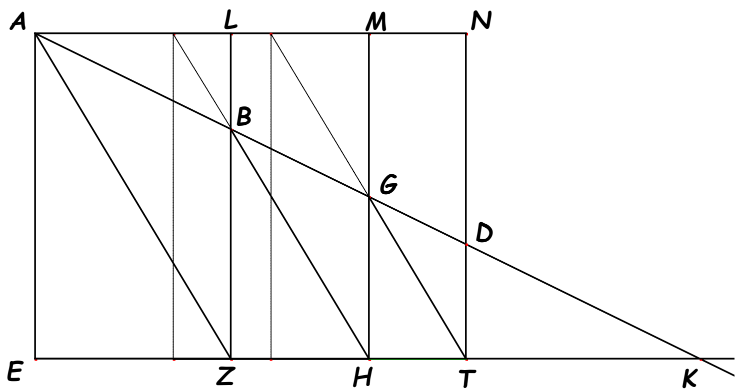


Fig. 3

Essendo paralleli i segmenti AE, BZ, si avrà:

AK : KB = EK : ZK,

e dal parallelismo di AZ e BH si avrà:

AK : KB = ZK : HK.

Da queste due proporzioni risulta:

(1) EK : ZK = ZK : HK.

Similmente, essendo paralleli BZ e GH, sarà:

BK : GK = ZK : HK,

ed essendo paralleli anche BH e GT, sarà:

BK : GK = HK : TK.

Da queste ultime due proporzioni risulta:

(2) ZK : HK = HK : TK.

Combinando la (1) e la (2) si ha:

(3) EK : ZK = ZK : HK = HK : TK.

In questo modo si sono trovate due medie proporzionali ZK e HK fra i segmenti EK e TK, mentre l'obiettivo è trovare due medie proporzionali fra AE e DT.

Per raggiungere l'obiettivo basta osservare le similitudini fra i triangoli AEK e BZK da cui si ha:

$$EK : ZK = AE : BZ,$$

fra i triangoli BZK e GHK da cui si ha

$$ZK : HK = BZ : GH$$

e infine fra i triangoli GHK e DTK da cui risulta:

$$HK : TK = GH : DT.$$

Finalmente, si può sostituire la (3) con la seguente doppia proporzione:

$$AE : BZ = BZ : GH = GH : DT$$

e l'obiettivo è raggiunto: BZ e GH sono due medie proporzionali tra i segmenti assegnati AE e DT.

Eratostene accompagna la precedente dimostrazione con la descrizione accurata dello strumento adatto a costruire le due medie proporzionali. Si tratta di tre tavolette rettangolari fra loro uguali che possono scorrere una sull'altra e di una riga che serve per allineare i punti A, B, G, D, T.

Un modello in bronzo di quello strumento, chiamato da Pappo *mesolabio*, sembra fosse stato infisso su una colonna ad Alessandria con la dimostrazione precedente scolpita e accompagnata da un epigramma (Loria, 1987, p.346):

> *Se, cari amici, voi cercaste di ottenere da ogni piccolo cubo un cubo doppio di esso, e regolarmente, cambiare ogni figura solida in un'altra, questo è in vostro potere; voi potete trovare la misura di un ovile, un fosso o un'ampia profondità di un buco, attraverso questo metodo, che consiste nel mettere tra due regolatori, due medi con i loro estremi che convergono. Non cercate di compiere la difficile impresa dei cilindri di Archytas, o di tagliare un cono in tre parti come Menecmo, o di tracciare col compasso una forma curva di linee, come è descritto dal timoroso di Dio, Eudoxus. Inoltre, potreste, su queste tavolette, trovare facilmente una miriade di significati, cominciando da una piccola base.*

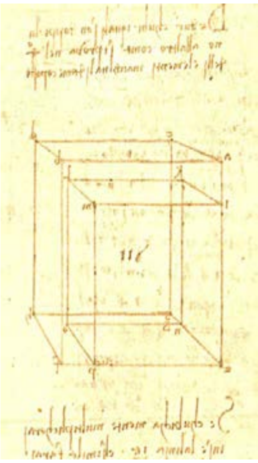
Felice arte, Tolomeo, in quello, i suoi figli uguali per vigore nella gioventù, voi stessi avete dato loro tutto ciò che è caro alle muse e ai Re, e potrebbe forse in futuro, O Zeus, dio del paradiso, ricevere lo scettro nelle sue mani. Potrebbe essere così, e lasciate che ciascuno che vede questa offerta dica 'Questo è il dono di Eratostene di Cirene.

***Mesolabio*: una riproduzione di Bruno Jannamorelli**

7 - Soluzione approssimata di Leonardo da Vinci

Nel Codice Atlantico, foglio 161 recto, Leonardo scrive:
"Un cubo di lato 5 ha volume doppio di un cubo di lato 4".

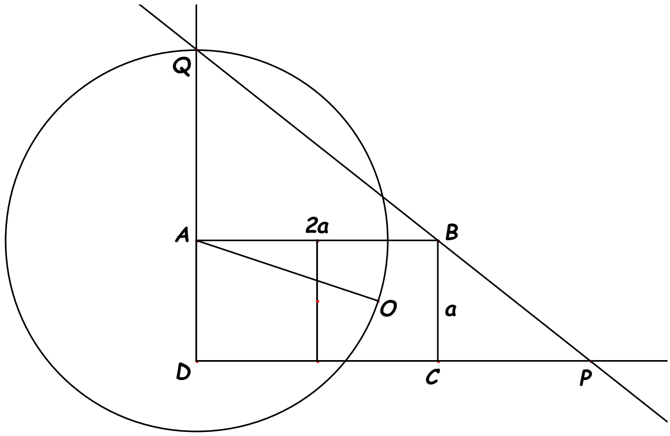
Il cubo di lato 4 ha volume 64 e il suo doppio è 128 la cui radice cubica è 5,039 di poco superiore a 5, soluzione proposta da Leonardo. Da un punto di vista empirico è una soluzione accettabile, ma è davvero poca cosa se confrontata con le soluzioni dei grandi geometri greci.

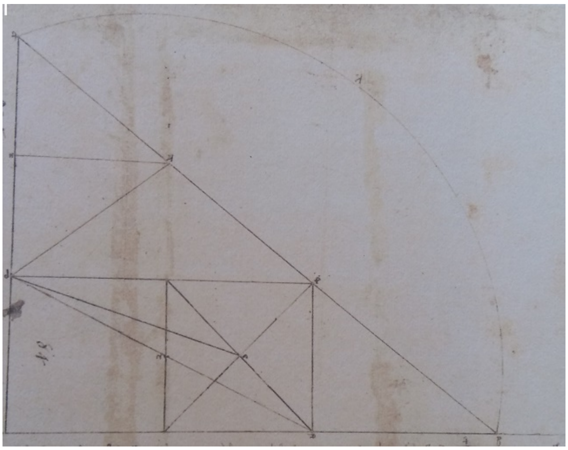


Codice Atlantico, foglio 161 recto

Nel Codice Atlantico, foglio 588 recto Leonardo propone una soluzione del problema della duplicazione del cubo in tre passi:

1. Disegna su un piano un rettangolo *ABCD* formato da due facce del cubo che si vuole raddoppiare.
2. Sul prolungamento del lato corto del rettangolo riporta con il compasso il segmento che parte dal vertice *A*, in alto a sinistra del rettangolo, e arriva al centro del quadrato a destra del rettangolo.
3. Unisci con una retta il punto trovato *Q* con il vertice *B* in alto a destra del rettangolo. Se chiami *P* il punto d'intersezione di tale retta con il prolungamento del lato lungo del rettangolo, allora *CP* è il lato del cubo di volume doppio di quello assegnato di lato *BC*.





Leonardo da Vinci Codice Atlantico, foglio 588 recto

Leonardo forse conosceva la soluzione classica attribuita da Eudosso a Erone e Apollonio criticandola e rispondendo ai matematici che non accettavano la sua soluzione empirica:

> *… dove li antichi mediante l'arco trovavan negoziando la dubbiosa situazione della corda, qui si fa il contrario, perché io fo la situazion della corda colli sua estremi e mediante quella truovo la situazione delli veri stremi dello arco …*

Se mi dirai per che cagione il semidiamitro del circolo entra sei volte nella sua circonferenza, e perché il diamitro del quadrato non è commisurabile alla sua costa, io ti dirò perché la linia retta, che si parte dall'angolo stremo superiore de l'un de' dua quadrati congiunti e termina nel centro del secondo quadrato, ci mostra la radice cuba de' dua cubi ridotti 'n un sol cubo.

Bibliografia

LORIA G. (1987), *Le scienze esatte nell'antica Grecia,* Modena: Ist. Ed. Cisalpino Goliardica (ristampa anastatica Manuali Hoepli).

LORIA G. (1950) *Storia delle matematiche*, Milano: Hoepli.

BUNT L.N.H., JONES P.S., BEDIENT J.D. (1983) *Le radici storiche delle matematiche elementari*, Bologna: Zanichelli.

CASTELNUOVO E. (2008), *L'officina matematica,* Molfetta: La Meridiana.