

Ricerca e prassi in Didattica della Matematica: il caso della Goniometria e Trigonometria

Bonaventura Paolillo*

**Docente di Matematica e Fisica al Liceo Scientifico Severi di Salerno;
bonaventura.paolillo@liceoseverisalerno.net



DOI : 10.53159/PdM(IV).v5n4.125

Sunto: *Questo lavoro presenta una riflessione sull'insegnamento della Trigonometria e sulla Goniometria. Queste discipline affondano le proprie radici storiche da migliaia di anni, con l'elaborazione compiuta da diversi popoli, tra cui gli Egizi, Babilonesi e Greci. Il progresso che ne è seguito è stato intenso in diversi rami: Astronomia, Topografia, Geodesia, Acustica. Ci concentreremo su alcune esperienze didattiche di laboratorio, realizzate con degli studenti di una classe quarta del Liceo Francesco Severi di Salerno. Si fornirà anche uno sguardo sulla letteratura attuale delle due discipline, in cui i contributi sono fiorenti e continui. Lo scopo in ogni caso è di evitare una pratica didattica finalizzata a produrre formule stereotipate, separandosi dallo sviluppo storico e da quelli più recenti.*

Parole Chiave: *Goniometria, Trigonometria, dimostrazioni.*

Abstract: *This work presents a reflection on the teaching of Trigonometry and Goniometry. These have their historical roots for thousands of years, with development carried out by various peoples, including the Egyptians, Babylonians*

and Greeks. The progress that followed was intense in several branches: Astronomy, Topography, Geodesy, Acoustics.

We will focus on some teaching experiences of laboratory, created with the students in eleventh grade of the F. Severi's high school, in Salerno. We will also provide an overview of the current literature of the two disciplines in which developments are fruitful and continuous. The goal is to avoid a teaching practice aimed at producing stereotyped formulas, separating itself from historical and more current developments.

Keywords: *Goniometry, Trigonometry, proof.*

1 - Introduzione

La Trigonometria affonda le sue radici storiche da migliaia di anni, e il suo percorso è avvenuto attraverso diversi popoli, tra cui gli antichi Egizi, i Babilonesi e i Greci, con i quali si affermò definitivamente. I progressi che ne sono seguiti sono stati intensi: dall'Astronomia alla Topografia, dalla Geodesia all'Acustica per citare alcune applicazioni. Il seguente lavoro propone una riflessione generale sulla trattazione di queste due discipline. Queste, si sono realizzate contestualmente con degli allievi di una classe quarta del Liceo "Francesco Severi" di Salerno. Il confronto si è posto, evidentemente, con le *indicazioni ministeriali del 2010*, che regolano l'insegnamento della Matematica. Per i Licei Scientifici così si afferma: "*...saranno inoltre studiate le funzioni circolari e le loro proprietà e relazioni elementari, i teoremi che permettono la risoluzione dei triangoli e il loro uso nell'ambito di altre discipline, in particolare nella fisica*". Non si fa riferimento esplicito alla Goniometria e Trigonometria al secondo biennio e al quinto anno. Dalle indicazioni di sopra, seppur valide nel loro complesso, si

evincesse uno sviluppo della Goniometria e della Trigonometria abbastanza ridotto, laddove all'esame di Stato tale presenza è sistematica, così come lo è nei corsi delle facoltà tecnico-scientifiche. Tra l'altro, l'introduzione delle due discipline in aula, sta diventando sempre più esigente poiché legato alla trattazione della Fisica, sin dal primo anno liceale. Nel concreto, ci si focalizzerà, su alcune esperienze-laboratori, con un'analisi sulla trattazione tradizionale, ma anche fornendo uno sguardo sulla Letteratura attuale in cui permangono fiorenti gli sviluppi delle due discipline. Lo scopo dichiarato, in ogni caso, è quello di evitare un orientamento ed una prassi didattica rivolti a produrre solamente ricette e formule, scollegandosi dalla sua storia e dagli sviluppi recenti.

2 - Una scheda zero ...per iniziare

La seguente attività consente agli allievi di prendere consapevolezza delle difficoltà che derivano dal confronto tra due diverse grandezze geometriche, gli angoli al centro di una circonferenza e le corde corrispondenti.

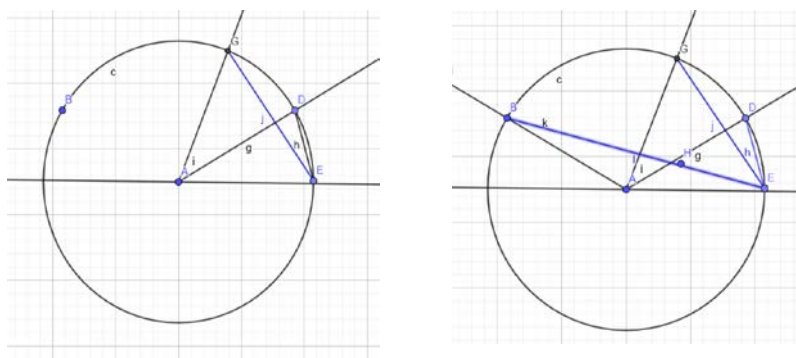
Al variare, per esempio, dei seguenti angoli di 30° , 60° , come cambiano le lunghezze delle corde sottese dagli angoli?

Oppure cosa accade per angoli di 90° , 120° ?

Tale richiesta, porta a concludere subito che non esiste una proporzionalità diretta tra angoli e corde corrispondenti.

Che relazione quantitativa si potrebbe allora stabilire?

Gli allievi si rendono conto, ben presto, di una necessaria riflessione che li fa rendere consapevoli dei propri mezzi e dei relativi limiti.

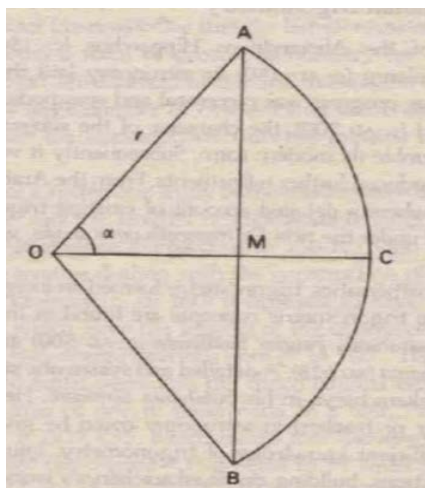


La mancata soluzione del problema è collegata, tra l'altro, agli stessi nodi epistemologici della nascita delle funzioni goniometriche.

2.1 - Un po' di storia...e qualche riferimento

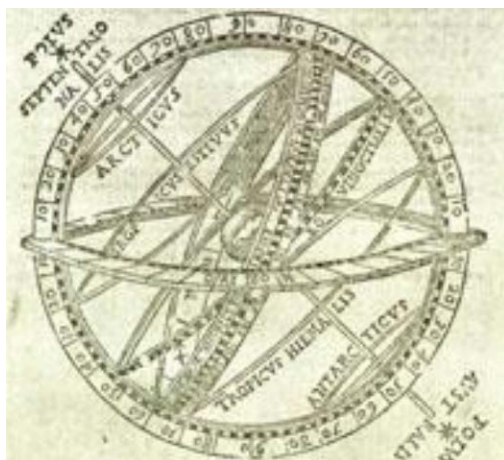
Come accennato, il primo uso delle funzioni trigonometriche fu legato storicamente alla ricerca della lunghezza della corda sottesa da un angolo dato. Secondo la *tradizione babilonese*, per misurare gli archi, la semicirconferenza era divisa in 180 parti uguali, da cui derivava la relativa costruzione in gradi sessagesimali, ma anche il diametro del cerchio era diviso in 120 parti uguali.

Presso i *Greci* i contributi alla trigonometria furono apportati da *Ipparco da Rodi* (II sec. a. c.) con le *Prime tavole di corde*, *Teodosio da Tripoli* (I sec. a.c.), *Menelao di Alessandria* (I-II sec. d.c.) con la *Sphaerica* e soprattutto *Claudio Tolomeo* (II sec. d.c.) con l'*Almagesto*. Nel I libro dell'*Almagesto*, si costruì una Tavola delle corde con un salto di mezzo grado da 1° a 180°; (in figura Tolomeo).



Lo sviluppo matematico in India intorno al 500 d.c. produsse una trigonometria più vicina a quella moderna, con l'uso della mezza corda al posto della corda. Nell'opera *Surya Siddhanta* (IV-V sec.) si costruì una tavola dei seni degli angoli multipli di $3^\circ 45'$ fino a 90° . *Aryabhata* diede una tavola di mezze corde, note col nome di *jya-ardha* o semplicemente *jya*, dove $jya\ x = r \sin x$ (in figura la mezza corda *AM*).

Nell'ottavo secolo, i testi astronomici indiani vennero tradotti in arabo e fu oggetto di studio anche la funzione seno. Il termine sanscrito *jya* fu traslitterato, divenendo *jiba* o *jb*. Essendo questa, priva di significato, gli Arabi la trasformarono in *jaib* che significava *baia* o *rada*. Nel XII secolo *Gherardo da Cremona* la tradusse con la parola latina *sinus*.



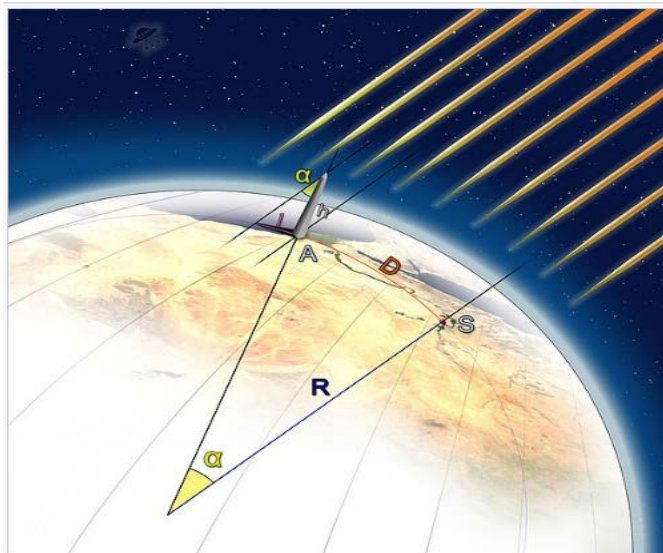
Altresì risultano fondamentali i riferimenti alla trigonometria sferica. Per calcolare le posizioni di stelle e pianeti bisognava ricorrere a una geometria quantitativa sulla sfera ed esaminare i triangoli sferici. Oltre all'*Astronomia*, tali studi determinavano in *Nautica*, una maggiore precisione dei percorsi e delle rotte da seguire nella navigazione.

3 - Misurare la circonferenza terrestre e il suo raggio

Particolarmente significativa è la discussione della seguente esperienza didattica. Essa è collegata ad un celebre esperimento di *Eratostene da Cirene* (Cirene 276 a.C.- *Alessandria d'Egitto* 194 a.C.) e costituisce una pietra miliare nella storia della scienza. In essa si intrecciano elementi di matematica, fisica, geologia e astronomia. Ecco la descrizione dei fatti:

A Mezzogiorno del solstizio d'estate il Sole illuminava completamente un pozzo a Syene (attuale Assuan), che

quindi si trovava sul Tropico del Cancro. Ad Alessandria invece, posta sullo stesso meridiano, i raggi formavano un angolo con un bastone, detto gnomone, di $7,2^\circ$.



Si evidenziano in figura alcuni rilievi:

- Raggi solari paralleli
- Rette parallele tagliate da una trasversale con angoli alterni-interni congruenti tra loro
- La misura dell'angolo α calcolata con la funzione arcotangente

La proporzione tra angoli e archi corrispondenti porta a:

$$360^\circ : 7,2^\circ = 2\pi R : AS$$

(era nota la distanza AS tra *Alessandria* e *Syene*), quindi:

$$2\pi R = 50 \cdot AS \approx 40000 \text{ km}$$

Eratostene stima, quindi, per la circonferenza della Terra un valore vicino a 40000 *km* ed un raggio prossimo a 6300 *km*, con un errore che differisce del 1% rispetto a quello attuale.

Nell'esperimento di Eratostene, sono rilevanti oltre agli elementi di teoria delle rette parallele, l'utilizzo delle tavole goniometriche per il calcolo della *funzione arcotangente*, il significato del solstizio d'estate e la scelta delle città di *Syene* e *Alessandria* situate sullo stesso meridiano.

Per motivi di semplicità didattica, si è supposta la Terra perfettamente sferica ed i raggi solari paralleli tra loro; si sono trascurati il leggero scostamento delle due città dal meridiano comune, così come *Syene* non è situata perfettamente sul Tropico del Cancro. Tali assunzioni incidono in maniera lieve sul risultato complessivo.

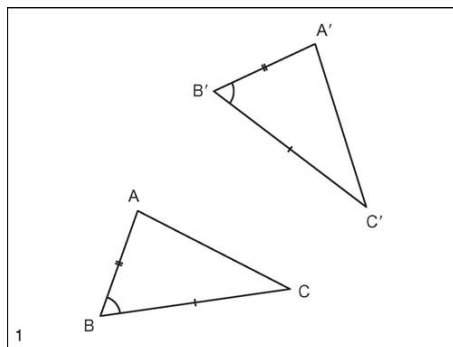
Si evidenzia come l'ingegno di Eratostene e se vogliamo l'arte del *problem solving*, raggiungono apici molto alti, sottolineando la semplicità dei mezzi che si sono adoperati per tale risoluzione. C'è da chiedersi se si possono accantonare facilmente esperienze didattiche di tale portata?

Come avverrà successivamente con *l'esperimento di Cavendish*, per il calcolo della massa della Terra (e quindi della valutazione della densità media terrestre), queste danno luogo a notevoli spunti di argomentazione in aula.

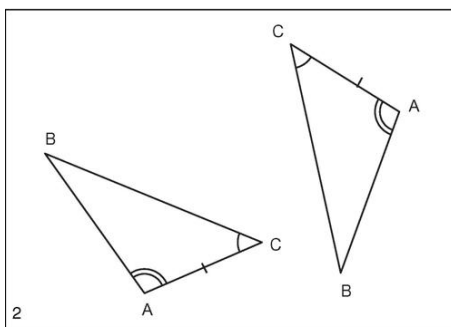
4 - La risoluzione dei triangoli e i relativi criteri di congruenza

Sono noti agli allievi i tre criteri di congruenza dei triangoli, che qui si riportano:

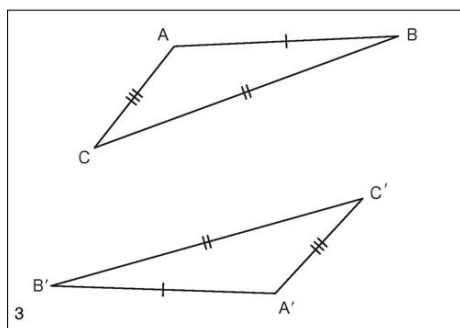
- primo criterio (lato-angolo-lato): se due triangoli hanno congruenti due lati e l'angolo tra essi compreso, allora sono congruenti;



- secondo criterio (angolo-lato-angolo): se due triangoli hanno congruenti un lato e due angoli a esso adiacenti, allora sono congruenti;



- terzo criterio (lato-lato-lato): se due triangoli hanno rispettivamente congruenti tutti i loro lati, allora sono congruenti.



Osservazione: la sola uguaglianza degli angoli non implica naturalmente la congruenza dei due triangoli

Per la risoluzione dei triangoli, i casi di studio sono allora:

- Trovare gli elementi incogniti conoscendo due lati e l'angolo compreso
- Trovare gli elementi incogniti conoscendo un lato e due angoli adiacenti
- Trovare gli angoli conoscendo le lunghezze dei tre lati

La risoluzione dei triangoli diventa immediata, utilizzando canonicamente il teorema del coseno e il teorema dei seni. Si dovrebbe forse notare, che in passato, a tal proposito, altre formule come quelle di Briggs, hanno trovato largo impiego poiché si riuscivano a calcolare facilmente, con apposite tavole, i logaritmi delle funzioni goniometriche.

Come è noto, il secondo criterio si può generalizzare nel senso seguente, non richiedendo che i due angoli siano necessariamente adiacenti al lato fornito:

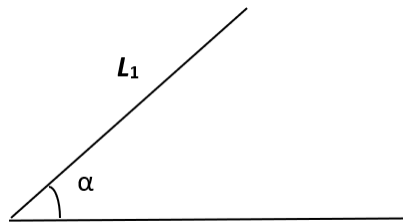
se due triangoli hanno rispettivamente congruenti un lato, e due angoli, uno opposto ed uno adiacente al lato ancora congruenti, allora i due triangoli sono congruenti tra loro.

La questione che si pone è come risolvere il caso più critico, per i triangoli, cioè: trovare gli elementi incogniti conoscendo due lati e l'angolo non compreso.

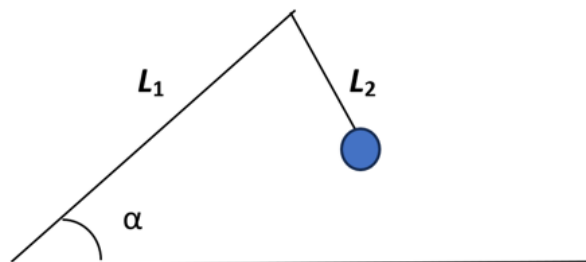
A questo scopo si illustrerà la seguente scheda che compendia la relativa attività laboratoriale.

4.1 - Il pendolino

Si abbia un asse obliquo, per esempio il braccio di una lampada da tavolo, di lunghezza prefissata L_1 e inclinata di un determinato angolo α (*acuto*), rispetto ad un tavolo orizzontale di riferimento. Si conoscono inizialmente i valori di L_1 e α .



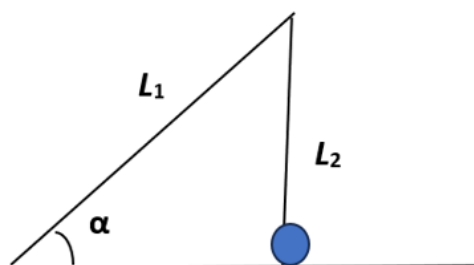
Alla sommità dell'asse si vuole porre un pendolo, mediante una cordicella, di lunghezza L_2

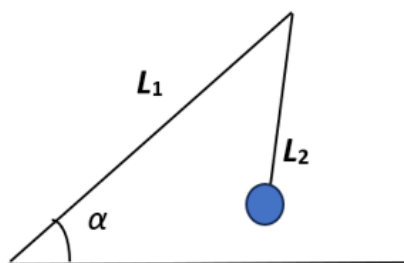
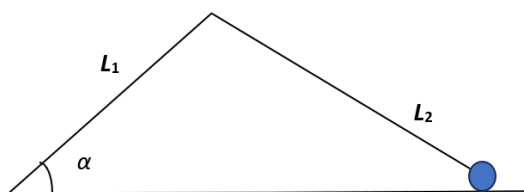


Si chiede agli allievi, al variare della lunghezza L_2 , di valutare quando il pendolo tocca o non tocca la retta orizzontale di riferimento. Si mostrano alcuni casi-guida per esplorare la situazione e valutare quando si chiuderà il triangolo.

Si invitano gli allievi ad elaborare in modo autonomo la questione avvalendosi di gruppi di lavoro in modalità cooperative learning.

Una sola soluzione



Soluzione impossibileUna sola soluzione

Al variare di L_2 ci potrà quindi essere o meno una soluzione!

Dalle figure di sopra, in relazione all'altezza H che si formerà:

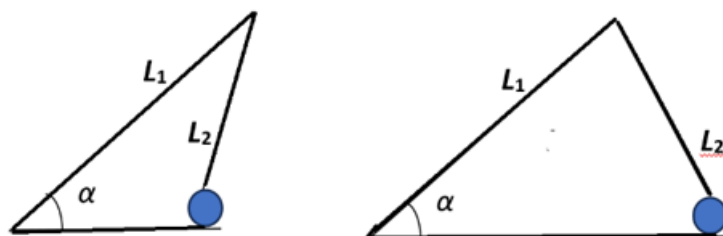
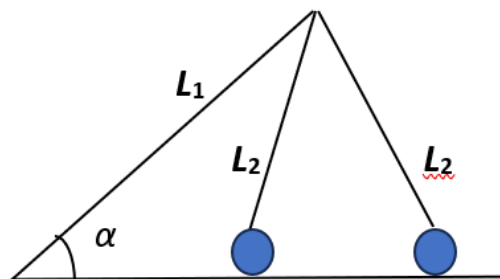
$$L_2 = H = L_1 \sin \alpha \text{ (determinato)}$$

$$L_2 < H = L_1 \sin \alpha \text{ (impossibile)}$$

$$L_2 > H = L_1 \sin \alpha \text{ (determinato)}$$

Si scopre dopo un po' di tentativi, che in qualche caso, il pendolo toccherà il tavolo (asse orizzontale) due volte. Precisamente quando è verificata la condizione:

$$H < L_2 < L_1$$



Se invece $L_2 \geq L_1$ la soluzione è determinata univocamente.

Di conseguenza, per due triangoli, che abbiano congruenti sia i due lati che l'angolo non compreso tra questi, non risultano necessariamente congruenti. Il primo criterio, allora, non si può generalizzare.

L'attività esplorativa si può evidentemente estendere alla risoluzione di triangoli, in cui α è *retto o ottuso*. In questi casi la

risoluzione è più semplice, non presentando una doppia soluzione.

5 - La Goniometria e Trigonometria negli sviluppi attuali

Si presenterà in questo paragrafo una proiezione sui risultati della Letteratura attuale della Goniometria e Trigonometria. Come in Geometria Euclidea, la ricerca è tutt'ora attiva, e si possono citare alcune ricerche, tra cui:

- Nuove dimostrazioni di risultati classici: il teorema di Pitagora, i teoremi di Euclide, la formula di Erone, ecc
- Dimostrazioni di teoremi più recenti: *Niven, Morley*, ecc.
- Relazioni ed espressioni tra funzioni goniometriche particolarmente eleganti

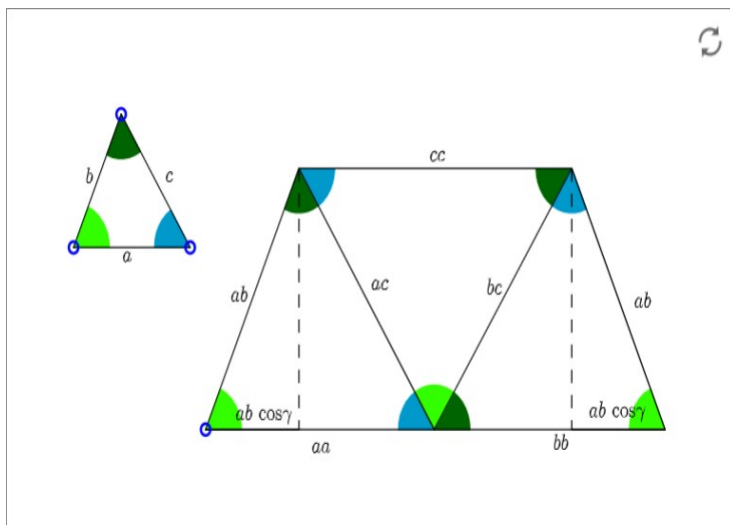
Rielaborare o semplificare la dimostrazione di teoremi, anche noti, ha il vantaggio di rendere evidente alcuni aspetti peculiari oltre a far risaltare il nucleo principale del risultato stesso. Ciò è accomunato, d'altra parte, con quel filone didattico di ricerca, sviluppato negli ultimi decenni, delle cosiddette *PWW (Proof Without Words)*.

Un sito che si è rivelato fonte utile in tal senso, è stato <https://www.cut-the-knot.org> che espone centinaia di risultati recenti, tra cui ne presenteremo alcuni.

5.1 - Il teorema del coseno o di Carnot

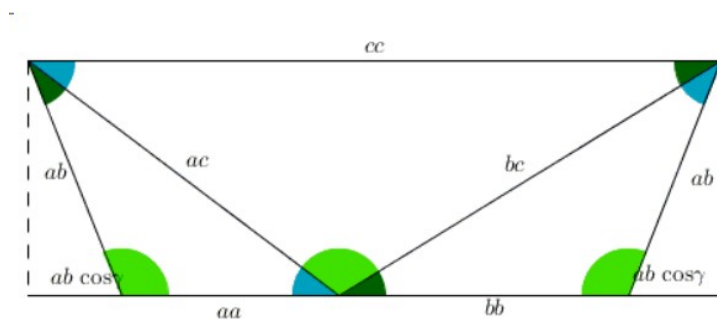
Per il suo stretto collegamento alla Geometria Euclidea, è evidente che alcuni teoremi trigonometrici possono essere condotti per via puramente geometrica. In tal senso, un modo di provare il teorema del coseno può essere quello di sfruttare

direttamente la similitudine dei triangoli. Infatti, si può procedere partendo con un dato triangolo (acutangolo) e costruire tre nuovi triangoli da quello di partenza, moltiplicando i suoi lati rispettivamente per le misure a , b , c delle lunghezze dei lati. Naturalmente, i nuovi triangoli saranno simili tra loro e con gli angoli congruenti a quelli del triangolo originario. Così, come un gioco ad incastro per tessere di *puzzle*, si riesce ad avere il seguente schema geometrico:

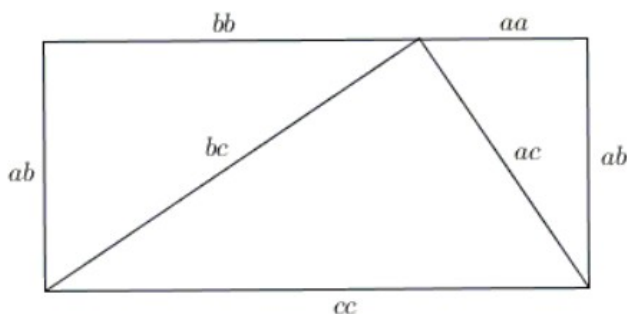


Confrontando la base maggiore con la base minore, si ha evidentemente la tesi: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$.

L'enunciato è verificato, come in figura, anche per i triangoli ottusangoli:



Per il triangolo rettangolo, si ottiene così il teorema di Pitagora, $a^2 = b^2 + c^2$, con una dimostrazione che sfrutta tale gioco d'incastro.



Questa è dovuta a G. Margrave, della Lucent Technologies e probabilmente ha anticipato le dimostrazioni dei due casi precedenti.

Si riporta ora, un'altra dimostrazione del teorema del coseno, basata sulla proprietà delle corde di una circonferenza (S.Kung).

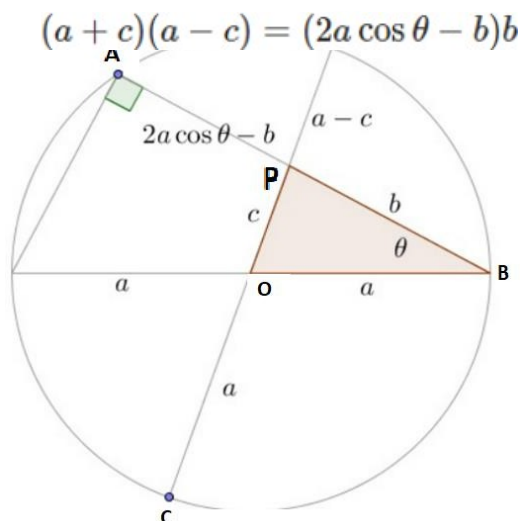
Dimostrazione

Sia dato il triangolo colorato posizionato come in figura, (con l'angolo acuto in evidenza). Sul lato di lunghezza a si

costruisca il diametro di lunghezza $2a$ con centro O , ottenendo poi, prolungando i lati, un triangolo rettangolo, retto in A . Esso è inscritto nella semicirconferenza ed in generale non è simile a quello colorato.

Vale per il teorema delle corde: $CP \cdot PD = AP \cdot PB$

Esplicitando:



$$a^2 - c^2 = 2ab \cos \theta - b^2$$

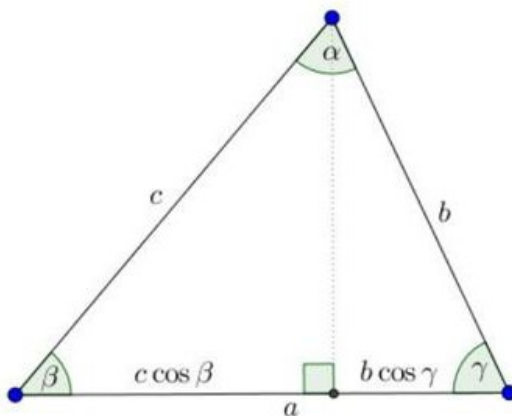
quindi la tesi.

5.2 - L'equivalenza del teorema dei seni e del teorema del coseno

In questa sezione si mostra come due dei principali teoremi della Trigonometria-teorema dei seni e del coseno- sono riconducibili l'uno all'altro, sebbene nella prassi didattica non venga sottolineato di frequente. Anche se conosciuta da tempo

tale equivalenza logica, la prova che qui si fornisce ha il pregio di essere particolarmente semplice ed efficace (S. Kung, 2016).

Dimostrazione



Si nota che: $a = b \cos(\gamma) + c \cos(\beta)$

Elevando al quadrato ed usando l'identità pitagorica fondamentale:

$$a^2 = [b \cos(\gamma)]^2 + [c \cos(\beta)]^2 + 2bc \cos(\beta) \cos(\gamma)$$

$$a^2 = b^2(1 - \sin^2 \gamma) + c^2(1 - \sin^2 \beta) + 2bc \cos \beta \cos \gamma$$

$$= b^2 + c^2 + 2bc[\cos \beta \cos \gamma - \sin \beta \sin \gamma]$$

$$- [b^2 \sin^2 \gamma + c^2 \sin^2 \beta - 2bc \sin \beta \sin \gamma]$$

$$= [b^2 + c^2 + 2bc \cos(\beta + \gamma)] - (b \sin \gamma - c \sin \beta)^2$$

Aggiungendo e sottraendo il termine $2bc \sin \beta \sin \gamma$, si ha:
Formula di addizione del coseno.

Si perviene quindi a:

$$a^2 = [b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)] - (b \sin \gamma - c \sin \beta)^2.$$

Se è vero il teorema del coseno: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)$, risulta

$$(b \sin \gamma - c \sin \beta)^2 = 0$$

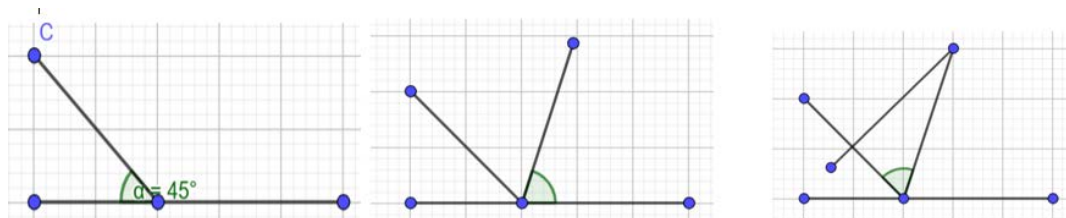
$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

cioè il teorema dei seni. Viceversa, se vale il teorema dei seni, si ha: $b \sin \gamma - c \sin \beta = 0$ e dalla precedente relazione segue il teorema del coseno $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)$.

5.3 - La valutazione di una particolare relazione goniometrica: $\arctan 1 + \arctan 2 + \arctan 3 = \pi$.

Una proposta che si può realizzare in aula è chiedere agli allievi di provare a verificare l'identità di sopra. Nel 2006, in [2], Ecker ne diede una dimostrazione geometrica. In questa direzione, risulta significativa trattare l'identità, secondo il seguente approccio:

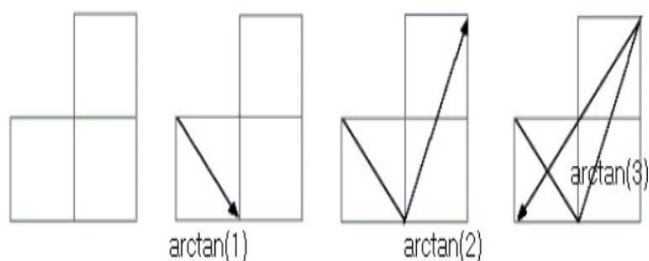
riconoscere che le funzioni goniometriche $\arctan 1$, $\arctan 3$, $\arctan 2$, sono associate agli angoli evidenziati tra i segmenti, come nelle figure:



È immediato constatare che si raggiunge subito la tesi:

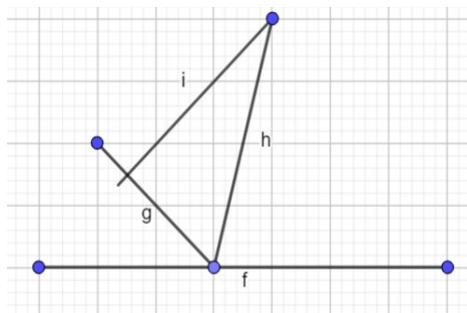
$$\arctan 1 + \arctan 3 + \arctan 2 = \pi.$$

La soluzione appena mostrata è equivalente a quella fornita da *J. Molokach*, nel 2012, che si riporta in basso:

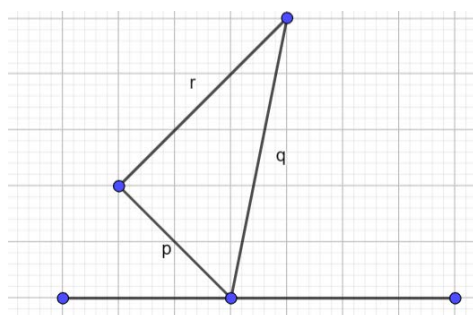


Comunque si scelga lo schema geometrico, la bellezza del risultato è proprio nella semplicità della verifica dell'identità, cioè nel coglierla in uno sguardo d'insieme. Riuscire a "vedere particolari angoli", con i rispettivi valori della funzione tangente pari a 1, 2, 3, rende la dimostrazione breve e affascinante.

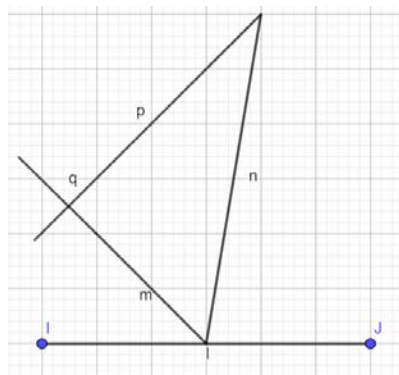
Ci si può chiedere se esistono varianti e generalizzazioni su tale questione e la risposta è affermativa. Per $n = 4, 5, 6, \dots$ si hanno:



$$\arctan 1 + \arctan(5/3) + \arctan 4 = \pi$$



$$\arctan 1 + \arctan(3/2) + \arctan 5 = \pi$$

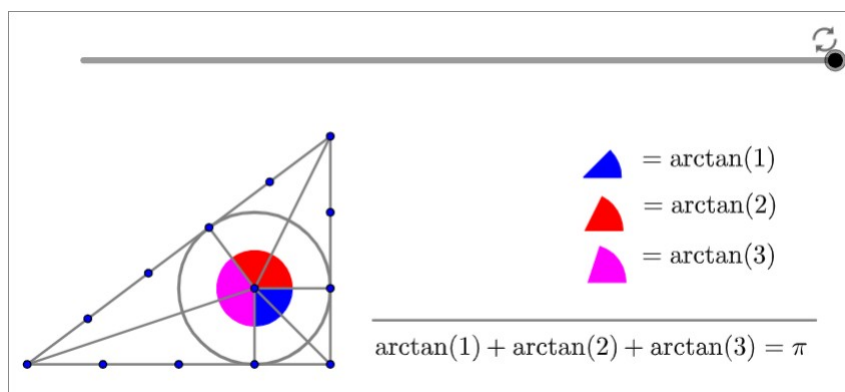


$$\arctan 1 + \arctan(7/5) + \arctan 6 = \pi$$

La regola generale da far scoprire agli allievi, provando dei valori di n via via crescenti, conduce dopo diversi tentativi, alla seguente:

$$\arctan 1 + \arctan\left(\frac{n+1}{n-1}\right) + \arctan(n) = \pi.$$

Un'ulteriore dimostrazione dello stesso risultato, si realizza esaminando il noto triangolo egizio 3-4-5, dove si evidenziano l'incentro e i relativi angoli che si vengono a formare.



Created with GeoGebra

6 - Conclusioni

Il seguente lavoro ha la speranza di favorire una riflessione più matura, nella nostra scuola, nella trattazione della Goniometria e Trigonometria.

Sviluppare delle schede di lavoro in cui sono presenti esperienze storiche come quella di *Eratostene*, di recenti risultati come l'equivalenza del Teorema dei Seni e del

Coseno, oppure dimostrazioni alternative di fatti noti, dovrebbe probabilmente indurre a rendere più appetibile una Didattica laboratoriale della Goniometria e Trigonometria. Si potrebbero citare numerosi risultati che ricevono continua attenzione in Letteratura, ma ci limiteremo per motivi di spazio a qualcuno di essi. Per esempio, il *teorema di Niven* fornisce restrizioni ai soli valori razionali $0, \pm 1, \pm 1/2$, della funzione $\cos(a)$, per angoli α commensurabili con l'angolo giro, si veda per approfondimenti [3],[4],[6]. Così pure, ricerche di altro tipo tendono a riconoscere l'incommensurabilità tra le diagonali di un poligono regolare [5], oppure determinare dei criteri che realizzano la congruenza o meno dei poligoni [1].

In tale direzione, la Goniometria e la Trigonometria, di fianco alla Geometria, possono essere presentate come un organismo vivo ed alimentare un interesse reale sia nei docenti che negli allievi, oltreché nei cultori di matematica. In questo modo, si evita anche di cadere in un tecnicismo di calcolo eccessivo favorendo un'esposizione più fluida ed efficace, ed una divulgazione della Matematica consona alle esigenze attuali.

Bibliografia

Anatriello G., Laudano F., Vincenzi G. (2018). Pairs of congruent like quadrilaterals that are not congruent, *Forum Geometricorum*, vol. 18, pp. 381-400.

Ecker, Michael W. (2006) $\arctan 1 + \arctan 2 + \arctan 3 = \pi$, *College Mathematics Journal*, vol 37, n. 3 May 2006, pag 218-219.

Paolillo B., Vincenzi G. (2020). An elementary proof of Niven's theorem via the tangent function, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*.

Paolillo B., Vincenzi G. (2021). On the Rational Values of Trigonometric Functions of Angles that are Rational in Degrees, *Math. Mag.* **94**, n. 2, 132-134, *Mathematical Association of America*.

Paolillo B., Rizzo P., Vincenzi G. (2021). Commensurable diagonals in Regular n-gons, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*.

Paolillo B. (2021). Incommensurabilità angolare in classe: un nuovo approccio didattico-Un laboratorio didattico di geometria-*Periodico di Matematica (IV) Vol. III (3-4)* 255-270.

Bergamini, Barozzi, Trifone (2020) *Matematica.blu 4*, Zanichelli, terza edizione.

Durell C.V. , Robson A. (1930) *Advanced Trigonometry*.

Gelfand, Mark Saul, *Trigonometry*, I.M.

Maor. E., (1998) *Trigonometric Delights*, Princeton University Press.

Sawyer. W. W. (2011) *Prelude to Mathematics*, Dover, pp 37-39.

Santià Giuseppe (1984). *Trigonometria piana per il Liceo scientifico* Edtsco.

<https://www.cut-the-knot.org>

Il principio metodologico della ricerca scientifica del geniale fisico Paul Dirac era la bellezza: ricercare la verità in fisica per Dirac equivaleva a inseguire la bellezza. Per Dirac valeva il motto rinascimentale «Pulchritudo splendor veritatis», laddove c'è bellezza c'è verità. Per Dirac la bellezza era l'eleganza di un'equazione. Per lui, per esempio, se un'equazione è bella, prima o poi la teoria fisica sulla quale poggia si rivelerà vera, anche se quell'equazione, almeno temporaneamente, riesce scarsamente a descrivere la realtà sperimentale. In fondo è ciò che è accaduto alla sua famosa equazione, che nel 1928 predisse l'esistenza delle antiparticelle, confermata sperimentalmente soltanto quattro anni dopo da Anderson nel 1932. Più in generale per Dirac sono tanto più belli i formalismi in matematica quanto più "invarianti" mettono a disposizione, intendendosi per "invarianti" tutte quelle entità o quantità che non cambiano quando si effettuano trasformazioni geometriche (come per es. una rotazione) o quando si cambia sistema di riferimento. E quanti più "invarianti" ci sono in una teoria fisica tanto maggiore è la sua bellezza e quindi la probabilità della sua esattezza. Perché l'invarianza risulta essere garante dell'esattezza di una teoria fisica? La risposta è semplice: perché l'invarianza rispetto a una trasformazione (geometrica o di sistema di riferimento) è la prova più convincente dell'esistenza di un oggetto. Per spiegarlo basta questa semplice riflessione. Se ho un oggetto davanti ai miei occhi, posso credere in un primo momento che ciò che vedo da una certa angolazione sia un cubo, ma poi ruotando attorno a quell'oggetto, mi accorgo che invece non è un cubo, perché la sua forma è cambiata osservandolo da un altro punto di vista. Se, invece, pur cambiando diversi punti di vista permane in me la vista prospettica di un cubo, mi convincerò che effettivamente quell'oggetto è un cubo. Questo in estrema sintesi il pensiero di Dirac: la bellezza porta all'invarianza, questa alla verità: la bellezza conduce dunque alla verità. Se per Dirac e anche altri scienziati la bellezza ha un valore euristico e gnoseologico, per alcuni scrittori ha un valore escatologico, come per Fedor Dostoevskij, che nell'Idiota scrive: «La bellezza salverà il mondo». Allora è allettante l'idea di fondere assieme i due punti di vista di Dirac e Dostoevskij, concependo una scienza che, ricercando la bellezza per raggiungere la verità, conduca l'umanità alla salvezza, in contrasto quindi con l'attuale diffuso scetticismo: la scienza salverà l'umanità.

(da Luca Nicotra, "La bellezza nell'opera dello scienziato", «ArteScienza», Anno X, N. 20, pp. 5-36, DOI:10.30449/AS.v10n20.176.)
