

Un insegnamento integrato di matematica e fisica nella Scuola Secondaria di II grado?

Luigi Tomasi*

*Università di Padova; luigi.tomasi@unipd.it



DOI : 10.53159 /PdM(IV).v4n4.099

Sunto: *L'articolo riassume quanto è stato presentato in una relazione al Convegno della Mathesis di Napoli su "La funzione della matematica nell'insegnamento della fisica, la funzione della fisica nell'insegnamento della matematica, 8-10 settembre 2022. Nell'articolo viene discusso il rapporto tra l'insegnamento della matematica e della fisica nella Scuola secondaria di II grado, con alcune considerazioni didattiche sulle due discipline, le diverse metodologie ed alcune criticità presenti nella Scuola di oggi. Nel seguito sono stati richiamati i curricula di matematica e fisica, con cenni anche alla prova scritta di matematica e fisica introdotta nel Liceo scientifico, per concludere infine con la presentazione di alcuni esempi di percorsi didattici per un insegnamento "integrato" delle due discipline.*

Parole Chiave: *matematica e fisica, Didattica della matematica e della fisica, formazione degli insegnanti di matematica e fisica, Scuola secondaria di II grado.*

Abstract: *The article summarizes what was presented in a report at the Mathesis of Naples Conference on "The function of mathematics in teaching physics, the function of physics in teaching mathematics, 8-10 September 2022. The article discusses the relationship between the teaching of Mathematics and Physics in secondary school, with some didactic considerations on the two disciplines, the different methodologies and some critical issues present in today's schools. The mathematics and physics curricula were recalled below, with*

references also to the written test of mathematics and physics introduced in the scientific high school, finally concluding with the presentation of some examples of educational paths for an "integrated" teaching of the two disciplines.

Keywords: *Mathematics and Physics, Didactics of Mathematics and Physics, teacher training of Mathematics and Physics, secondary school.*

1 - Introduzione

Questo contributo nasce dall'esperienza di insegnamento di matematica e fisica nel liceo scientifico dell'autore e anche da quella di supervisore di tirocinio e di tutor nella formazione degli insegnanti di matematica e fisica nella SSIS e nel TFA.

Il tema del Convegno è molto vasto e dibattuto, ossia se la matematica e la fisica debbano essere insegnate in modo "integrato" oppure -anche se non in modo "separato"- ciascuna in base alla propria epistemologia, alla propria storia e ai propri metodi, pur tenendo conto dei legami strettissimi e fondamentali che sono presenti in fisica per quanto riguarda l'uso del linguaggio, dei metodi e modelli della matematica.

Il tema del Convegno è molto vasto e difficile da approfondire anche perché sullo sfondo ci sono alcune domande -peraltro proposte agli organizzatori del Convegno- alle quali è altrettanto difficile rispondere:

-Che cos'è la matematica oggi?

-Che cos'è la fisica oggi?

-Cosa (e come) insegnare queste due discipline oggi, in una società in rapida evoluzione in cui le tecnologie informatiche, la rete e le applicazioni della scienza sono sempre più pervasive, in presenza di seri limiti ambientali per il pianeta?

2 - Osservazioni e considerazioni sull'insegnamento della matematica e della fisica nella Scuola secondaria

Nella scuola secondaria di II grado, anche quando è lo stesso docente a insegnare entrambe le materie, matematica e fisica rimangono spesso, di fatto, separate oltre che "sfasate" temporalmente per quanto riguarda gli argomenti che vengono svolti. L'insegnante talvolta "si sdoppia" (oserei dire, nel senso psicologico del termine...), quasi si trattasse di due docenti diversi, che propongono metodi differenti e che inevitabilmente esprimono anche diverse concezioni relative alle due materie, anche se gli allievi capiscono abbastanza presto quale delle due discipline il docente tende a "preferire"...

Anche gli allievi tendono ad apprendere, di conseguenza, le due materie in modo "separato", anche se hanno lo stesso docente di matematica e di fisica e, solo per fare un esempio, non sanno a volte riconoscere un'equazione di 2° grado quando si inizia lo studio del moto parabolico oppure quando l'incognita non è più indicata con x , ecc. Lo studio della fisica fa spesso emergere gli apprendimenti carenti che gli allievi hanno in matematica (forse, meno il viceversa) e anche i limiti che ha un insegnamento della matematica, che possiamo chiamare "purista" -che, a torto o a ragione, è prevalente- e che vede la matematica come qualcosa di astratto e lontano dalle applicazioni, studiata solo "per sé stessa", con centinaia di esercizi dove quasi non si vedono mai delle applicazioni e dove il più delle volte predominano le tecniche di calcolo, più che il metodo e il ragionamento matematico.

Un altro esempio riguarda anche i numeri che si usano in matematica negli esercizi e nei problemi, espressi in modo simbolicamente esatto, e la loro diversità dai “numeri della fisica”, sempre approssimati e che dovrebbero essere presentati con attenzione al numero di cifre significative, agli ordini di grandezza e alle incertezze di misura. Insomma in fisica, per gli allievi, sembra che si usi una “matematica diversa”, che possiamo chiamare “la matematica per la fisica”, molto più attenta agli aspetti concreti ed applicativi e alle approssimazioni numeriche, diversa da quella insegnata nel corso di matematica che viene proposta senza alcun riferimento al mondo reale e alle sue applicazioni.

Questa situazione, oltre che all’insegnamento, è anche dovuta ai libri di testo di matematica e di fisica –comunque scelti dagli insegnanti...- che sono impostati in modo “separato”. Solo recentemente, per la prova scritta “mista” di matematica e fisica al Liceo scientifico, stabilita nel 2019 dal Ministero dell’Istruzione, si è tentato di proporre, in alcuni libri di testo, qualche esempio “integrato”, in conseguenza anche delle “simulazioni” o esempi di II prova scritta d’esame proposte dal M.I. Ma certamente questa impostazione non può essere improvvisata all’ultimo anno di liceo scientifico o, addirittura, solo nella prova scritta dell’esame di Stato. Occorre, a parere dello scrivente, una didattica diversa delle due discipline e anche una formazione adeguata, diversa dall’attuale, degli insegnanti di matematica e di fisica, sia dal punto di vista dei contenuti che della loro didattica. Molto interessanti sono a tal proposito le proposte di attività che sono state sviluppate per il PLS (Piano Lauree Scientifiche) e

per la sperimentazione del «Liceo Matematico», che interessa ormai molte scuole secondarie di II grado.

Se pensiamo per esempio ai concetti di velocità istantanea, di accelerazione istantanea,... questi devono essere proposti inizialmente senza il calcolo differenziale, fin dai primi anni di scuola superiore; ed è corretto che sia così. La fisica non deve essere sempre presentata con un uso intenso della matematica; tutto dipende dall'età e dalla preparazione degli allievi. Ricordo che alcuni progetti sperimentali di insegnamento della fisica (penso al mitico "PSSC" degli anni Sessanta del secolo scorso) usavano un linguaggio matematico ridotto al minimo, perché la fisica non deve essere ridotta a una pura applicazione della matematica e quindi non si può insegnare fisica come si insegna matematica, anche se ovviamente ci sono molti aspetti metodologici comuni.

Pertanto, la didattica della matematica è diversa dalla didattica della fisica, anche se ci sono dei fondamenti psicologici e pedagogici comuni, in particolare, oggi, il costruttivismo.

Per esempio, la fisica, essendo una scienza sperimentale, privilegia il metodo induttivo rispetto a quello deduttivo (che caratterizza la matematica) e gli esperimenti. L'uso di modelli matematici è fondamentale ed è una parte importante - qualcuno dice sostanziale- della fisica, ma si può proporre solo se gli allievi hanno una conoscenza preliminare di alcuni argomenti di matematica che costituiscono un bagaglio fondamentale per la fisica; possiamo citare, per esempio, i grafici, il modello lineare, il modello quadratico, la trigonometria, la scrittura dei numeri sotto forma

esponenziale; le cifre significative, la misura e le incertezze di misura, ecc.

Le leggi della fisica devono essere espresse in linguaggio matematico. Lo studio della fisica è fondato sul metodo sperimentale che, possiamo dire, fu introdotto da Galileo nel Seicento. Per capire un fenomeno fisico è necessario porsi nella situazione più semplice possibile, eliminando gli aspetti accessori. A una legge fisica ci si arriva con l'intuizione, il ragionamento e con una serie di prove sperimentali. Alla fine del processo, in circostanze a volte fortunate, si arriva ad immaginare ed indurre una legge fisica. Il processo di induzione delle leggi della fisica cerca di risalire dunque dagli effetti alle cause dei fenomeni.

Questo processo non è fondato solo sulla logica, come in matematica, ma è affidato principalmente all'intuizione, guidata e sostenuta dai fatti osservati e anche da «una buona teoria». Una volta in possesso di una legge fisica è necessario ricavarne tutte le possibili conseguenze, con un processo deduttivo, logico - analogo a quello della matematica - e verificare per ciascuna se è vera o falsa.

Alcuni concetti però, nell'insegnamento, rimangono purtroppo confinati nei rispettivi ambiti, anche quando è lo stesso docente a insegnare entrambe le materie nella stessa classe. Pensiamo, per esempio, al concetto di vettore e al calcolo vettoriale, al prodotto scalare e al prodotto vettoriale. Nella scuola secondaria questi concetti solitamente rimangono confinati nella fisica e non sono utilizzati in matematica, dove potrebbero servire per introdurre in modo più generale la geometria analitica, in particolare quella dello spazio. Nella scuola secondaria di II grado in matematica i vettori sono

scarsamente utilizzati, al contrario di quel che gli studenti incontreranno all'Università nei corsi di studio scientifici e tecnologici in cui questo concetto è al centro dei corsi di studio di matematica del I anno, in particolare quelli di Geometria. Questi corsi sono fondati sull'algebra lineare e di solito creano problemi agli studenti del I anno di università, perché sono molto diversi dal modo, oltre che dai contenuti, in cui si insegna matematica nella Scuola Secondaria di II grado.

3 - La formazione degli insegnanti di “matematica e fisica”: dagli anni Sessanta del secolo scorso a oggi

Un tempo in Italia esisteva un corso di laurea in matematica e fisica. Agli inizi degli anni Sessanta del secolo scorso si è deciso di abolire questo corso e di separare i due corsi di laurea, con l'idea che la matematica e la fisica richiedevano, già da allora, una formazione specifica molto approfondita e specializzata. Inevitabilmente, si è quindi andati verso una “separazione” più netta tra la preparazione in matematica e quella in fisica e questo ha avuto delle ripercussioni anche nella formazione degli insegnanti.

Si tenga anche presente che in quegli stessi anni si andava diffondendo in Italia, come oltralpe qualche anno prima, il bourbakismo, ossia un'impostazione molto astratta della matematica, separata dalla fisica e lontana dal mondo reale, fondata sull'uso del linguaggio della teoria degli insiemi e sullo studio delle strutture algebriche, topologiche e d'ordine, con una riduzione molto netta della geometria, ricondotta all'Algebra lineare e in particolare alla struttura di spazio

vettoriale. Questa impostazione, nata in Francia negli anni Cinquanta del secolo scorso, si è poi diffusa provocando non poche critiche e anche fallimenti didattici. Possiamo per esempio citare la radicale critica di V.I. Arnold (1937-2010), uno dei fisico-matematici più importanti dell'ultimo secolo, che in una sua conferenza del 1997 ha affermato in modo paradossale:

Mathematics is a part of physics. Physics is an experimental science, a part of natural science. Mathematics is the part of physics where experiments are cheap.

Sul bourbakismo, anche se non lo nomina esplicitamente, Arnold aggiunge:

In the middle of the twentieth century it was attempted to divide physics and mathematics. The consequences turned out to be catastrophic. Whole generations of mathematicians grew up without knowing half of their science and, of course, in total ignorance of any other sciences. They first began teaching their ugly scholastic pseudomathematics to their students, then to schoolchildren (forgetting Hardy's warning that ugly mathematics has no permanent place under the Sun). Since scholastic mathematics that is cut off from physics is fit neither for teaching nor for application in any other science, the result was the universal hate towards mathematicians both on the part of the poor schoolchildren (some of whom in the meantime became ministers) and of the users. (V.I. Arnold, On the teaching of math, conferenza tenuta a Parigi, Palais de la Découverte, 1997, reperibile in Internet).

Dobbiamo tuttavia constatare che oggi, anche in conseguenza di quelle scelte avvenute nel secolo scorso, gli insegnanti di “matematica e fisica” ricevono (in Italia)

formazioni disciplinari abbastanza diverse a seconda del corso di laurea. Ad insegnare matematica e fisica (classe di concorso A027, ex A049) ci sono i laureati in matematica, laureati in fisica e anche in altri corsi di laurea. C'è chi nella laurea fa molti più corsi di matematica rispetto a quelli di fisica, chi molti più corsi di fisica, e anche chi non ne fa abbastanza in un ambito oppure nell'altro, con la necessità in seguito di recuperare dei crediti per poter partecipare ai concorsi a cattedre.

Un'esperienza particolarmente positiva nella formazione degli insegnanti di "matematica e fisica" è stata fatta nelle SSIS (Scuole universitarie di Specializzazione per l'Insegnamento Secondaria, post-laurea, di durata biennale, con una collaborazione tra Università e Scuola), ma poi abolite, probabilmente perché ritenute di una durata troppo estesa (2 anni), in seguito all'introduzione del 3+2 (triennale e magistrale) nei corsi di laurea scientifici.

Attualmente si sente molto la mancanza delle SSIS o del TFA-corso universitario di Tirocinio Formativo Attivo, anche questo abolito dopo pochissimi anni di funzionamento. Per l'insegnamento di entrambe le materie, occorrerebbe infatti una formazione docenti adeguata e maggiormente integrata tra matematica e fisica, sia universitaria che didattica, rispetto a quel che avviene oggi. Oggi sappiamo che per i concorsi di "matematica e fisica" (Classe di concorso A027, ex-A049) occorre -ed è corretto che sia così- avere un certo numero minimo di crediti formativi universitari (CFU) di matematica e altrettanti di fisica. In alcuni concorsi a cattedre, per es. quello del 2016, per la classe di "matematica e fisica" occorreva superare due concorsi, uno per matematica-(classe

A026) e uno per fisica (classe A020). L'ultimo concorso a cattedre (2022) ha invece ristabilito una prova scritta comune di matematica e fisica, con 50 domande a risposta multipla, 25 di matematica e 25 di fisica, e di una prova orale. Attualmente (2022) non esiste più una scuola universitaria post laurea dove avvenga la formazione degli insegnanti di Scuola secondaria e i neolaureati interessati all'insegnamento nella Scuola secondaria non sanno quale percorso devono seguire per poter insegnare, oltre a sostenere alcuni esami attinenti alla didattica, presenti a volte nei corsi di laurea magistrale di matematica e di fisica.

4 - Alcuni cenni e riferimenti storici per un insegnamento integrato di matematica e fisica

Storicamente la fisica, con Galileo, è nata strettamente legata alla matematica: basti pensare alla Rivoluzione Scientifica del Seicento (Galileo, Cartesio, Newton...), agli sviluppi della fisica classica fino alla Relatività, agli sviluppi della fisica moderna e ancor più oggi. Il celebre passo di Galileo, molto citato, ha costituito in qualche modo un "programma" per la Rivoluzione scientifica:

La filosofia [naturale, ossia la fisica] è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, né quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente

per un oscuro laberinto. (Galileo Galilei, Il Saggiatore, 1623, cap. 6).

Si noti che per Galileo, in questo celebre passo, la matematica è sostanzialmente la geometria. Una lunga tradizione iniziata nell'antichità come studio della "misura della terra" e rafforzata con gli *Elementi* di Euclide, ci tramanda una geometria fortemente radicata nell'esperienza. In effetti, il rapporto tra geometria e mondo fisico è molto stretto e rappresenta uno degli aspetti salienti che la caratterizzano e che rappresenta un momento fondamentale dell'apprendimento di tale disciplina.

Riportiamo alcune citazioni sul rapporto tra matematica e fisica e, più in generale, con il mondo reale.

... il difetto dello spirito matematico [...] è di non comprendere che un pensiero, il quale si appaghi di costruzioni astratte, senza la speranza, pur vaga, di cogliere in esse il quadro di una qualche realtà, sarebbe uno sterile strumento dialettico (F. Enriques, 1906).

Una citazione da Einstein:

Colui che nella prima giovinezza non ha provato entusiasmo davanti alla geometria euclidea non è nato per fare lo scienziato teorico (da una conferenza di Einstein del 1933).

Citazione da Feynman (che per certi versi riprende la citazione di Galileo vista sopra):

A quelli che non conoscono la matematica è difficile percepire, come una sensazione reale, la bellezza; la profonda

bellezza della Natura. Se volete conoscere la Natura, apprezzarla, è necessario comprendere il linguaggio che essa parla. (Richard P. Feynman)

Il legame tra matematica e fisica è strettissimo e indissolubile, ma occorre dire che si tratta di discipline diverse, che non si possono confondere. La fisica ha dato origine a intere teorie matematiche e usa continuamente strumenti e metodi matematici. Tuttavia oggi la matematica è cambiata radicalmente e non ha legami stretti soltanto con la fisica. La matematica è sempre più trasversale ed ha legami con moltissime altre discipline. Basti pensare ai legami della matematica con l'Informatica, l'Economia, la Statistica, ecc. La matematica offre metodi, strumenti e modelli per tante discipline e ovviamente ha ricevuto apporti da tutte queste. Sono nate nuove teorie, nuovi rami del sapere matematico, alcuni anche con radici antiche...; basti pensare per esempio alla teoria dei grafi, alla crittografia, ai modelli probabilistici; alla statistica matematica.

5 - Qualche cenno storico ed epistemologico sull'insegnamento della matematica e fisica

Gli organizzatori di questo Convegno hanno posto come arco di tempo di riferimento l'ultimo secolo e mezzo di storia della matematica e della fisica. Si tratta di un periodo vastissimo, che ha rivoluzionato completamente sia la matematica che la fisica, oltre alla conoscenza scientifica in generale.

In particolare cento e cinquanta anni fa correva l'anno 1872, che è stato un anno mirabile per la Storia della matematica: sono nate le teorie dei numeri reali (Cantor, Dedekind, Meray; la teoria degli insiemi. Al 1872 risale anche il "Programma di Erlangen" di Klein, ecc. Ma poi seguono altri momenti e snodi che andrebbero sottolineati e studiati per la loro importanza:

1899: *Fondamenti della Geometria* di Hilbert

1900: I problemi di Hilbert

1900: fisica quantistica

1905: *annus mirabilis* di Einstein

1916: Relatività generale di Einstein

1935: nasce il gruppo Bourbaki

1940 circa: viene costruito il primo computer elettronico...

.....

Sulla importanza della matematica per la fisica, è opportuno citare il breve articolo di Wigner, *L'irragionevole efficacia della matematica nelle scienze naturali*. Si tratta di un piccolo saggio - pubblicato nel 1960 - del fisico americano Eugene P. Wigner (1902 - 1992), Premio Nobel per la fisica nel 1963. Questo saggio ha suscitato molte discussioni di tipo epistemologico sul perché la matematica sia così efficace per esprimere le leggi della fisica (e della Natura in generale).

Una critica puntuale alle tesi sostenute da Wigner si trova in un recente libro di Gabriele Lolli, *matematica in movimento*, dove si afferma:

I rapporti tra matematica e teorie fisiche si dovrebbero considerare oggi in termini di cooperazione, non in termini di prestito, furto o comunque di priorità, con "un prima" e "un dopo". Tali rapporti si spiegano meglio considerando la

diversa concezione della natura dei modelli matematici nel passaggio da periodo classico a quello contemporaneo. Oggi la matematica utilizzata, sia nei domini tradizionali sia nei nuovi campi, si presenta soprattutto come costruzione di modelli. (G. Lolli, matematica in movimento, 2022, pp. 223-224)

Molte delle riflessioni richiamate in precedenza sono state discusse nel 2019 quando per il liceo scientifico è stata proposta dal Ministero dell'Istruzione la prova "mista" di matematica e fisica, prova che non si sa se verrà ripristinata nell'anno scolastico 2022-2023, dopo gli ultimi anni emergenziali (dal 2020 al 2022) a causa della pandemia. La prova "mista" di matematica e fisica ha suscitato molte discussioni tra gli insegnanti e tra le associazioni degli insegnanti di matematica e di fisica.

6 - Alcuni temi che si prestano a un insegnamento "integrato" di matematica e fisica

Nella parte finale di questo contributo propongo un cenno ad alcuni argomenti che, anche con l'aiuto del software (soprattutto GeoGebra), si prestano particolarmente per comprendere lo stretto legame tra matematica e fisica, in cui si vede quale può essere la "funzione della fisica nell'insegnamento della matematica" e, in alcuni casi, il viceversa. In realtà gli argomenti da proporre sarebbero innumerevoli perché ogni argomento di fisica si presta a un collegamento con matematica; ma volendo scegliere, accennerei a qualcuno dei seguenti, che ritengo

particolarmente importanti, anche nella storia della matematica e della fisica:

- Numeri, la misura in fisica (e in matematica), approssimazioni, ordini di grandezza, incertezze di misura...
- Vettori, combinazioni lineari; spazi vettoriali (in 1, 2 e 3 dimensioni); prodotto scalare; prodotto vettoriale; i vettori (da usare anche in matematica!) geometria analitica del piano e dello spazio con l'uso dei vettori
- Cinematica; traiettorie, velocità, accelerazione, ecc. ; curve nel piano e nello spazio; curve definite in modo parametrico (ossia, vettoriale)
- Campo gravitazionale, coniche ed eccentricità; traiettorie
- La cinematica del punto, il calcolo differenziale e integrale; velocità istantanea e derivata; spazio percorso e integrale definito.
- Propagazione (rettilinea?) della luce e trasformazioni geometriche (similitudini, affinità, proiettività)
- Funzioni goniometriche (dal moto circolare alle funzioni goniometriche..., alle note musicali;
- Campi elettrici e campi magnetici (il contributo della matematica alla fisica... simmetrie dello spazio...; forza di Lorentz, campo elettrico e campo magnetico; traiettorie)
- Derivata e legge di Faraday-Neumann-Lenz (induzione elettromagnetica)
- Semplici equazioni differenziali (dalla fisica alla matematica e viceversa; l'equazione del moto,...)
- Relatività, trasformazioni di Galileo e di Lorentz; trasformazioni geometriche

- Lo spazio-tempo, spazio di Minkowski, geometrie non euclidee; geometria e gravitazione.
- Discussione su alcuni problemi e quesiti per la prova scritta di matematica-fisica al liceo scientifico del 2019.

7 - Conclusioni

Nell'articolo si è fatto riferimento alle *Indicazioni nazionali* (2010), ai QdR-*Quadri di riferimento* (2018) per la prova scritta di matematica, di fisica e di matematica-fisica e alle discussioni emerse -tra Matematici e Fisici- in seguito all'introduzione della prova scritta "mista" di matematica e fisica al Liceo Scientifico (2019). Le *Indicazioni nazionali* di matematica e di fisica (e i relativi QdR-quadri di riferimento per la prova scritta d'esame) propongono obiettivi ed argomenti che sembrano a volte troppo impegnativi, soprattutto se si tiene conto dei relativi tempi e orari vigenti. È opportuno ricordare che matematica ha in totale 22 ore (5-5-4-4-4) nel quinquennio di Liceo scientifico, mentre fisica ha 13 ore (2-2-3-3-3).

È molto importante stabilire collegamenti tra matematica e fisica, ma anche della matematica con altre ambiti.... Ci sono molti argomenti che si prestano a un insegnamento integrato. Ma occorre tener conto che è necessario un tempo adeguato per poter sviluppare un insegnamento integrato di matematica e fisica. Una didattica di questo tipo non si può improvvisare o peggio proporre solo nell'ultimo anno di liceo scientifico in vista della prova scritta d'esame.

Bibliografia

Arnold V.I., *On teaching math*, 1997:

www.uni-muenster.de/Physik.TP/~munsteg/arnold.html

Barrow J.D. (1998). *Perché il mondo è matematico*, Bari: Laterza.

Besson U. (2015). *Didattica della fisica*, Roma: Carocci.

Bettini A. (1995). *Meccanica e termodinamica*, Padova: Cleup.

Bettini A. (1991). *Elettromagnetismo*, Padova: Cleup.

Feynman R.P., Leighton R.B., Sands M. (2007). *La fisica di Feynman*, 4 voll., Bologna: Zanichelli.

Lolli G. (2022). *matematica in movimento*, Torino: Bollati Boringhieri.

Wigner E.P. (2017). *L'irragionevole efficacia della matematica nelle scienze naturali*, Milano: Adelphi.

Ministero dell'Istruzione, Prova scritta di matematica-fisica - Liceo Scientifico, giugno 2019 e «simulazioni».

