

Dante geometra

Francesco Marletta* †

*Matematico, Preside della “Scuola Marletta” di Catania

Sunto: *In un saggio del 1899, ripubblicato in forma monografica nel 1930, dal titolo “Dante geometra”, Francesco Marletta svela come Dante Alighieri avesse “divinato” l’insolubilità della quadratura del cerchio oltre cinque secoli prima che essa fosse dimostrata dal matematico tedesco Ferdinand von Lindemann nel 1882.*

Parole Chiave: *Rettificazione della circonferenza, quadratura del cerchio, Dante Alighieri, Convito.*

Abstract: *In an essay of 1899, republished in monographic form in 1930, entitled “Dante geometra”, Francesco Marletta reveals how Dante Alighieri had “divined” the insolubility of squaring the circle over five centuries before it was proved by the German mathematician Ferdinand von Lindemann in 1882.*

Keywords: *Correction of the circumference, squaring the circle, Dante Alighieri, Convito.*

Premessa della Direzione

Nel fondo librario ereditato da mio nonno Giuseppe Innocenzo Nicotra Toscano (per distinguersi dai numerosi altri “Nicotra” di Catania, mio nonno aggiungeva al cognome paterno anche quello materno: Toscano) è contenuto un libriccino di appena 16 pagine dall’intrigante titolo *Dante*

geometra, pubblicato nel 1930 a Catania dall'Officina Grafica Moderna. Si tratta di un saggio ripubblicato in forma monografica a cura della Scuola Marletta in occasione del compleanno del suo Autore nonché preside della Scuola: il prof. Francesco Marletta, matematico come il più noto fratello Giuseppe Marletta, che fu professore ordinario di Geometria Proiettiva e Descrittiva all'Università di Catania dal 1926 al 1943 e anche musicista, particolarmente noto per le sue ricerche sugli iperspazi ad un numero finito qualunque di dimensioni e per quelle sugli spazi ad infinite dimensioni, da lui stesso chiamati ultraspazi.

Come afferma lo stesso Marletta nella prefazione, il saggio fu pubblicato per la prima volta nel 1899, nella rivista «La Cronaca d'oro» diretta da mio nonno paterno, ma non incontrò quell'attenzione e quei riconoscimenti che invece meritava, sia da parte dei letterati sia da parte dei matematici, fatta eccezione per quelli dal Marletta stesso menzionati.

Ritengo utile e interessante riproporlo sulle pagine della nostra Rivista, sia come contributo alle celebrazioni in occasione del settimo centenario della morte di Dante Alighieri, sia per le "rivelazioni", veramente inattese, sulla divinazione da parte di Dante della impossibilità della quadratura del cerchio.

Come è noto a tutti, la rettificazione della circonferenza e la quadratura del cerchio¹ sono operazioni possibili soltanto con un certo grado di approssimazione. Il problema di poter effettuare, in maniera esatta, la rettificazione della

¹ Nel primo caso si tratta di poter costruire un segmento di lunghezza uguale a quella della circonferenza; nel secondo caso, invece, si tratta di poter costruire un quadrato di area uguale a quella del cerchio, col solo uso di riga e compasso.

circonferenza e la quadratura del cerchio era rimasto insoluto fino al 1882. Fino a tale data, in altri termini, non era stato risolto ma ci si lavorava, perché si pensava che fosse un problema risolubile. In verità i matematici greci dell'Antichità avevano intuito che il problema fosse insolubile, senza però riuscire a dimostrarlo. Così molti matematici successivi tentarono invano di risolvere il problema. Fra i più noti: Oronzio Fineo nel 1544 (*Quadratura circuli*, Colines, Simon de), Vincent Leotaud nel 1654 (*Examen circuli quadraturae*, Lugduni, Guillaume Barbier), Ottavio Scarlattini nel 1690, P. de Faurè nel 1747 (*Dissertation, découverte, et demonstrations de la quadrature mathématique du cercle*, A Genève, J.P. de Faurè), Filippo Carmagnini nel 1751 (*Della quadratura del circolo e del doppiamento del cubo*, Firenze, Pietro Gaetano Viviani)

Nel 1882, finalmente, il matematico tedesco Ferdinand von Lindemann dimostrò invece l'impossibilità di costruire, col solo uso di riga e compasso, un quadrato equiesteso a un dato cerchio. Poiché l'area di un cerchio di raggio r è πr^2 , occorrerebbe costruire un quadrato di lato e quindi anche poter "costruire" il numero irrazionale con l'uso esclusivo di riga e compasso. Lindemann dimostrò che π , e quindi anche la sua radice quadrata, è un numero trascendente, ovvero è un numero non-algebrico, ovvero non ottenibile come radice di una equazione algebrica (un polinomio nell'incognita x uguagliato a zero) e quindi non-costruibile.

Il lavoro di Francesco Marletta, che qui riproduco fedelmente conservando i corsivi dell'originale, asserisce per la prima volta che Dante, nel *Convito*, divinò l'insolubilità del problema della quadratura del cerchio: «... il cerchio per lo

suo arco è impossibile a qua-drare perfettamente, e però è impossibile a misurare appunto». Ma ovviamente non si tratta di una “dimostrazione”.

Luca Nicotra

PREFAZIONE

Questa mia piccola Nota fu pubblicata, l'anno 1899, nella pregiata Rivista La «Cronaca d'oro», diretta dal Prof. Dott. Giuseppe NicotraToscano, letterato e poeta degno di alta stima. La dedicai al mio Maestro Prof. Dott. Sebastiano Catania, ed oggi, con immutata devozione, mi onoro di ripetere la dedica allo Illustre Uomo.

Questo mio saggio fu lodato, oltre che dal Prof. Sebastiano Catania e da Giuseppe Guarnaccia, compianto mio Professore di Lettere italiane, dai miei grandi Maestri Mario Rapisardi, Luigi Marino, Vincenzo Casagrandi, Antonio Zocco - Rosa, dai miei amici Prof. Dott. Carlo Tommaso Aragona, illustre filosofo, pedagogista, letterato e poeta, Prof. Dott. Giuseppe Nicotra Toscano, Prof. Dott. Rosario Pulvirenti, da Giuseppe Marletta, sommo matematico, mio fratello, e da pochi altri.

Ma nel pubblico trovò una glaciale indifferenza. Matematici e Letterati non lo degnarono di alcuna considerazione. I primi affettarono un sacro disdegno, un falso orgoglio offeso per il profano, che osava sovvertire la loro opinione, affermando un fatto, che, per loro, puri idealisti, non esiste, non deve esistere. Gli altri presero l'atteggiamento di chi ode un linguaggio, che non intende, e non videro quale importante contributo io apportavo agli studi danteschi.

Qualche giornale si occupò più di me che della mia Nota, con parole benevoli, ma non osando entrare nell'esame della questione. Solo la Rivista Parlamentare Roma pubblicò una recensione, in cui chiamò il mio scritto un curioso saggio, pur affermando che dimostravo che l'insolubilità del

problema della quadratura del cerchio era stata proclamata da Dante prima che dal Lindemann.

Ma se l'importante Rivista, diretta da T. Pala-menghi Crispi, riconosceva che io dimostravo tanto, perché trovò curioso il saggio? E non trovò niente di interessante in quanto io pervenivo a dimostrare, e che errato non apparve a quella Redazione?

Nonostante quanto ho detto, io, che non ho mai pubblicato per ottenere fama o denaro, ma solo per il trionfo della verità, dopo trent'anni, essendo esaurita da tempo la prima edizione, oggi credo opportuno di pubblicare questa seconda, perché sono convinto che è favilla di vero, che potrà suscitare una bella fiamma di verità, dando al grande Poeta ciò che gli spetta, e, provando, anco una volta, che la scienza non è retaggio di determinate classi di persone, ma può sorgere da chi, pur non appartenendo a quelle caste, intenda, non la semplice tecnica scientifica, ma la vera Filosofia, che è la vita.

Francesco Marletta

Nel trentesimo-terzo del *Paradiso* si legge:

*Qual' è 'l geométra che tutto s'affige
Per misurar lo cerchio, e non ritrova,
Pensando, quel principio ond'egli indige,*

*Tal era io a quella vista nuova;
Veder voleva come si convenne
L'imago al cerchio, e come vi s'indova.*

*Ma non eran da ciò le proprie penne:
Se non che la mia mente fu percossa
Da un fulgore, in che sua voglia venne.*

*All'alta fantasia qui mancò possa :
Ma già volgeva il mio disiro e il velle,
Sì come ruota che igualmente è mossa,*

L' Amor che muove il Sole e l'altre stelle.

Così il Poeta pone fine all'ultimo lavoro. È lo intelletto che *appressa sè al suo disire*, ed in esso si profonda. È il massimo a cui sia dato pervenire al veder mentale: qui manca possa all'alta fantasia; qui cessa la sublime visione.

La preghiera di Bernardo, e Beatrice e i beati supplicanti ottengono al poeta, dalla Santissima Vergine, la grazia di poter fissare ultimamente lo sguardo nella trina unità di Dio, e particolarmente nella divina umanità di Gesù Cristo.

La solennità del momento richiede la solennità de' concetti, e Dante, dopo cotanta sapienza, sapientemente chiude la cantica, raccogliendo le forze del suo altissimo ingegno, e perviene alla visione dell'umanamente inconcepibile, e l'afferma, e la lumeggia con argomenti rigorosamente

scientifici, specie se si tenga conto del tempo in cui Egli visse. Ma la dottrina di Dante non si ferma all'età di mezzo, come qualcuno asserì; essa vola attraverso i secoli, ed ancora il commento dell'eterno poema non è che un insieme di tentativi più o meno fortunati.

È perciò mio intendimento di far rilevare l'alto valore scientifico della terzina :

*Qual' è il géométra che tutto s'affige
Per misurar lo cerchio, e non ritrova,
Pensando, quel principio ond'egli indige,*

Le Chiose ricordano Archimede, che non si accorgeva, speculando, che i soldati romani, espugnata Siracusa, li eran sopra.

Tale spiegazione è un prodotto d'impressione non di logica coerenza.

Nella terzina notata, Dante accenna al famoso problema della quadratura del cerchio.

Occorre rilevare che il poeta dà una speciale importanza al detto problema: difatti se ne occupa in un altro luogo della *Divina Commedia* e nel *Convito*.

Archimede fu il primo a determinare con approssimazione il rapporto della circonferenza al diametro, paragonando i perimetri de' poligoni regolari convessi iscritti e circoscritti di 6, 12, 24, 48, 96 lati, e ciò molto prima del 212 a. C., anno in cui egli cessò di vivere.

Gl'Indiani del XII secolo conoscevano questo rapporto con l'approssimazione per eccesso di meno di $1/10^5$.

Si occuparono della stessa questione Metius, geometra olandese del XVII secolo, il Ludolph di Colonia (anno 1539),

il Vega, geometra austriaco (anno 1793), il Dase (1844), il Richter (1854); indi il Shanks spinse il calcolo sino alla 707ma cifra decimale.

Se ne occuparono pure il Wallis, il Brounker e il Leibniz.

Il rapporto della circonferenza al diametro s'indica con la lettera greca π le cui prime trenta cifre decimali si possono agevolmente ritenere mercè i seguenti versi:

*Que j'aime a faire apprendre un nombre utile aux sages!
Immortel Archimède, artiste ingénieur,
Qui de ton jugement peut priser la valeur?
Pour moi ton problème eut de pareils avantages.*

Se a ciascuna parola si sostituisce il numero delle lettere che la compongono, si trova:

$$\pi = 3,141592653589793238462643383279.....$$

Se il numero π fosse razionale, sarebbe facile calcolare le misure della circonferenza e del cerchio, data quella del raggio.

Ma è impossibile esprimere esattamente il numero π con un numero finito di cifre; infatti il Lambert, nel 1761, dimostrò che π è irrazionale, al che il Legendre aggiunse che tale è anche π^2 ; e da ultimo, nell'anno 1882, il Lindemann dimostrò che π non può essere radice di alcuna equazione algebrica a coefficienti razionali, cioè esso è trascendente.

Dal teorema del Lindemann segue che non è possibile per mezzo di rette e di circonferenze, cioè facendo solamente uso della riga e del compasso, rettificare la circonferenza, nè quadrare il cerchio, vale a dire è impossibile costruire un segmento eguale al segmento compreso tra le classi contigue

dei perimetri iscritti e circoscritti, o un quadrato equiesteso al cerchio.

Si ha tuttavia la rettificazione approssimata della circonferenza e la quadratura approssimata del cerchio: di ciò, per il nostro assunto, è inutile occuparci.

Dunque: fino al 1882 il problema della quadratura del cerchio si considerava come insoluto; dal 1882, per merito del Lindemann, si sa che è un problema insolubile: così concludono i Geometri.

Dante, prima del Lindemann, dichiarò l'insolubilità del problema.

Nel canto decimoterzo del *Paradiso*, san Tommaso dichiara Salomone senza pari come re, ma, come uomo, inferiore ad Adamo e Gesù Cristo, opere immediate di Dio. Termina dimostrando i pericoli del lievemente concludere o giudicare.

*E questo ti fia sempre piombo a' piedi,
Per farti muover lento, com'uom lasso,
Ed al sì ed al no, che tu non vedi :*

*Chè quegli è tra gli stolti bene abbasso,
Che senza distinzione afferma o nega,
Così nell'un come nell'altro passo;*

*Perch' egli incontra che più volte piega
L' opinion corrente in falsa parte,
E poi l'affetto lo intelletto lega.*

*Vie più che indarno da riva si parte,
Perchè non torna tal qual ei si move,
Chi pesca per lo vero e non ha l'arte:*

E di ciò sono al mondo aperte prove

*Parmenide, Melisso, Brisso, e molti
Li quali andavan e non sapean dove.*

Il De Marzo, nel suo magnifico commento, ingiustamente oggi negletto, così si esprime :

Brisso, filosofo, rammentato da Dante con Parmenide e con Melisso, fu sconosciutissimo a tutti i comentatori, e nè dal Landino, nè dal Vel-lutello venne nominato, bensì dall' Anonimo unicamente, il quale poi donde ne abbia attinto conoscenza non ci lascia punto comprendere; e così ne parla: Brisso, con false dimostrazioni, volle del circolo trovare proporzionalmente il quadro, del quale tocca Aristotile nel libro delle Posteriora, riprovando suoi falsi argomenti.

Brisso si acquistò fama per i suoi sofismi: egli dimostrò, con false argomentazioni, la possibilità della quadratura del cerchio, e tale dimostrazione è cotanto sottile ed arguta che il grande Stagirita sentì il bisogno di combatterlo. Brisso non è conosciuto per altro. Dante lo cita come esempio di uomo stolto, che, senza averne l'arte, *pesca per lo vero*; ed essendo Brisso unicamente conosciuto per avere ammesso la quadratura del cerchio, negando lui vero filosofo, Dante nega l'ammettere la quadratura del cerchio come verità scientifica, e perciò Egli esclude la possibilità della quadratura del cerchio.

Aristotele, nel Lib. I . della *Logica*, confuta tanto Melisso, quanto Parmenide. Confuta pure Brisso negli *Ultimi Analitici*. A questo punto si può obbietare: Dato che Dante, citando Brisso, abbia inteso negare la possibilità della quadratura del cerchio, ciò facendo, il Poeta esprime un suo pensiero originale, oppure ripete quanto già disse Aristotele?

Il Poeta esprime un suo pensiero originale. Difatti Aristotele, negli *Ultimi Analitici*, si contenta di confutare le argomentazioni di Brisso, ma non si pronunzia sulla solubilità o insolubilità del problema, poiché provare che una data dimostrazione sia errata non equivale a provare che nessun'altra dimostrazione possa sciogliere giustamente la questione.

La citazione di Brisso ci ha permesso una dimostrazione indiretta del nostro assunto. Ora daremo la dimostrazione apodittica.

Ritorniamo alle terzine citate del canto trentesimo-terzo del *Paradiso*.

È utile accertare il significato di alcune parole della terzina propostaci:

S'affige per licenza poetica sta invece di *s'affigge*.

Principio: la costruzione cercata.

Indige: latino *indiget*: ha bisogno.

Nella terzina seguente si trova il verbo *indovarsi*, voce dantesca che significa stabilirsi in un luogo.

Dante dice: qual'è il Geometra, il quale, con tutto ardore, si dà alla ricerca della soluzione del problema della quadratura del cerchio, (ricerca, che si tenta, perché il problema si reputa insoluto, non insolubile), e pensando e ripensando, non giunge a trovare il principio di cui ha bisogno; tale era io al cospetto di quella nuova vista dell'effigie umana che s'indovava in quei tre misteriosi cerchi: perciocchè io ardeva di vedere come l'umanità fosse congiunta con la divinità, e come tale ipostasi fosse fatta. *Ma non eran da ciò le proprie penne*.

Dunque, ponendo la corrispondenza fra i termini della similitudine, abbiamo: È impossibile che l'uomo intenda il mistero della divina umanità di Gesù Cristo, com'è impossibile che il geometra risolva il problema della quadratura del cerchio: il detto mistero è inaccessibile, come insolubile è il detto problema.

Nel Tratt. II, Cap. 14 del *Convito* sta scritto:

La Geometria si muove intra due repugnanti ad essa; siccome tra 'l punto e 'l cerchio (e dico cerchio largamento ritondo, o corpo, o superficie), chè, siccome, dice Euclide, il punto è principio di quella, e, secondo, ch'ei dice, il cerchio è perfettissima figura in quella che conviene però aver ragione di fine; sicchè tra 'l punto e il cerchio, siccome tra principio e fine, si muove la Geometria. E questi due alla sua certezza repugnano; che 'l punto per la sua indivisibilità è immisurabile e il cerchio per lo suo arco è impossibile a qua-drare perfettamente, e però è impossibile a misurare appunto.

Più manifestamente non si può dichiarare l'insolubilità del problema.

Ma Dante vide l'impossibilità della quadratura del cerchio, oppure si pronunziò in tal guisa per la vana riuscita degli sforzi dei matematici intorno al detto problema, senza che Egli ne abbia avuto una esatta visione scientifica?

Dante accennò alla dimostrazione dell'impossibilità del problema. Difatti Egli dice: «*Il cerchio per lo suo arco è impossibile a quadrare perfettamente, e però è impossibile a mi-surare appunto*».

Resta a vedere se Dante abbia inteso parlare specificatamente della circonferenza, oppure sia caduto nell'errore della vecchia scuola, cioè che il cerchio è impossibile a quadrare appunto per la eterogeneità della linea retta e della curva: in tal caso Dante sarebbe caduto in un errore gravissimo, poiché esistono figure chiuse da linee curve, che si possono quadrare esattamente. Esempio: le lunule d'Ippocrate.

Dante intende parlare specificatamente dell'arco del cerchio, e ciò, senza difficoltà, si rileva dal possessivo *suo* nell'espressione: *il cerchio per lo suo arco*, e dalla parentesi che Egli, da persona accorta, ha la premura di aggiungere: *e dico cerchio largamento ritondo, o corpo, o superficie*.

Finalmente dalle espressioni: *è impossibile a quadrare perfettamente, è però è impossibile a misurare appunto*, si desume che Dante non escludeva la rettificazione approssimata della circonferenza e la quadratura approssimata del cerchio.

Dunque l'impossibilità della quadratura del cerchio fu divinata e dichiarata da Dante.