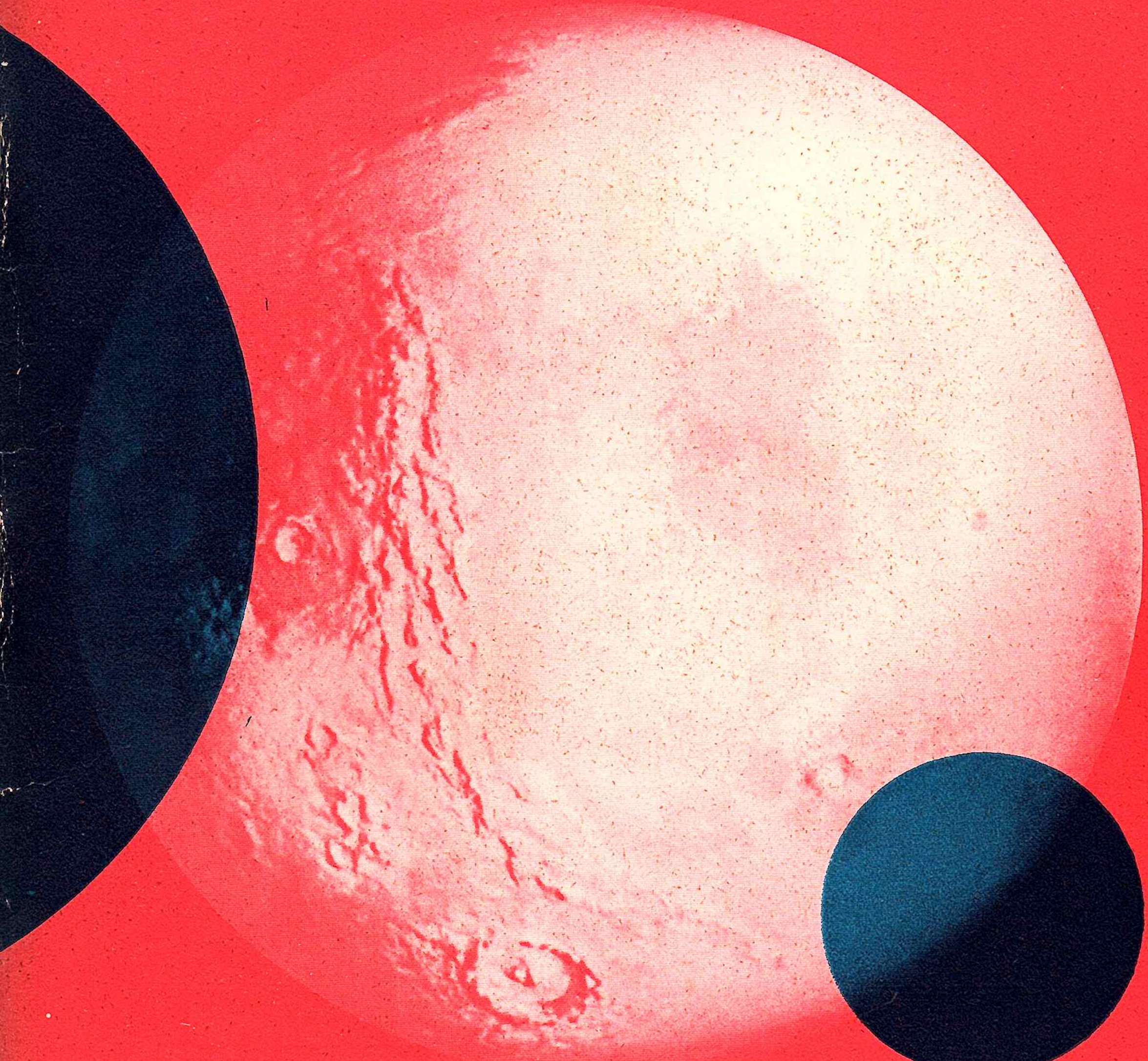
LA SCIENZA E I GIOVANI



Anno XII - 1963 **5-6** LE MONNIER

LA SCIENZA E I GIOVANI

a cura di
ROBERTO GIANNARELLI, SALVATORE NICOTRA e GIUSEPPE SPINOSO

PER GLI STUDENTI DELLE SCUOLE SECONDARIE SUPERIORI
E PER I CULTORI DI MATEMATICA E FISICA ELEMENTARI

ANNO XII - N. 5-6 SETTEMBRE-DICEMBRE 1963

SOMMARIO

CONDIZIONI DI ABBONAMENTO:

QUOTA PER L'ANNO 1963: L. **1200**
QUOTA PER L'ANNO 1963 E IL FASC. 5-6 DELL'ANNO 1962: L. **1500**

I versamenti devono essere effettuati direttamente alla
Casa Editrice LE MONNIER (c. c. Postale 5/2173)

DIRETTORE RESPONSABILE: ROBERTO GIANNARELLI

FIRENZE, STABILIMENTI TIPOGRAFICI «ENRICO ARIANI» E «L'ARTE DELLA STAMPA»

Inscritto nel Registro del Tribunale di Firenze al n. 1408 in data 13-3-1961

Sulle formule goniometriche parametriche

Le formule goniometriche esprimenti il seno e coseno d'un angolo in funzione razionale della tangente dell'angolo metà che deduconsi, com'è noto, dalle formule di duplicazione, possono ottenersi, indipendentemente da qualsiasi formula goniometrica, dalle sole definizioni di seno, coseno e tangente mediante semplici nozioni di geometria analitica.

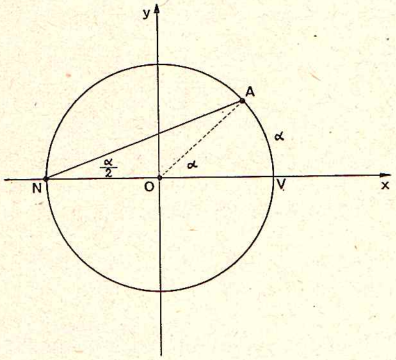


Fig. 1.

In un sistema di assi cartesiani ortogonali x, y (fig. 1), si consideri il cerchio goniometrico di centro l'origine O e perciò di equazione

$$(1) \qquad x^2 + y^2 = 1 .$$

Siano V l'origine degli archi, N il punto diametralmente ad esso opposto ed α l'ampiezza dell'angolo VOA (e quindi dell'arco VA).

L'angolo VNA, che la retta NA forma col semiasse positivo delle ascisse, è metà dell'angolo al centro VOA che insiste sullo stesso arco VA, ossia è

$$VNA = \frac{\alpha}{2} .$$

Allora, chiamando t il coefficiente angolare della retta NA, cioè ponendo

$$(2) \qquad t = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} ,$$

l'equazione della retta NA, passante per il punto $N(-1, 0)$, è

$$(3) \qquad y = t\,(x + 1) .$$

Le coordinate di A si ottengono risolvendo il sistema formato dalle (1), (3). Sostituendo, pertanto, nell'equazione (1) del cerchio, alla y il suo valore dato dalla (3), si ottiene l'equazione in x:

$$(1 + t^2)\, x^2 + 2\, t^2 x - (1 - t^2) = 0$$

le cui radici sono:

$$x_1 = -1 , \qquad x_2 = \frac{1 - t^2}{1 + t^2} .$$

Dalla (3) si ottengono i corrispondenti valori di y:

$$y_1 = 0\,, \qquad y_2 = \frac{2\,t}{1+t^2}\,.$$

Le coordinate x_1, y_1 sono quelle di N, com'era da prevedersi; quelle di A sono x_2, y_2. Ma le coordinate di A, cioè l'ascissa x_2 e l'ordinata y_2, sono, rispettivamente, per definizione, il coseno e il seno dell'arco VA; dunque si ha:

$$x_2 = \cos\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}\,, \qquad y_2 = \operatorname{sen}\alpha = \frac{2\,t}{1+t^2}\,,$$

ossia, per la (2):

$$\cos\alpha = \frac{1-\operatorname{tg}^2\dfrac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\dfrac{\alpha}{2}}\,, \qquad \operatorname{sen}\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\dfrac{\alpha}{2}}\,.$$

Evidentemente bisogna supporre che A non coincida con N, ossia che $\dfrac{\alpha}{2}$ non sia della forma $(2\,k+1)\,\dfrac{\pi}{2}$.

SALVATORE NICOTRA.

▼ ▲ ▼ ▲

Discussione di un'equazione di 2° grado con cerchio e retta

PREMESSA.

La risoluzione di un'equazione di 2° grado può sempre ridursi ad intersezioni di una retta con una conica ed in particolare di una retta con un cerchio.

Con questa breve nota presento un metodo di discussione di un'equazione parametrica di 2° grado con cerchio fisso e retta variabile.

L'insieme dei valori reali che può assumere l'incognita dell'equazione, è in corrispondenza biunivoca con i punti di un cerchio fisso di raggio unitario, sul quale si possono seguire, nella loro variazione continua, le posizioni dei punti corrispondenti alle radici reali dell'equazione data, compreso il punto corrispondente al valore infinito dell'incognita. Così, su un'unica figura, si ha il quadro completo della discussione, in modo chiaro, panoramico e suggestivo.

IL METODO NELLA TEORIA.

Si abbia l'equazione

$$ax^2 + bx + c = 0 \tag{1}$$

con a, b, c funzioni di uno stesso parametro; si vogliano determinare le condizioni perchè si abbiano radici comprese tra due numeri assegnati m ed n.