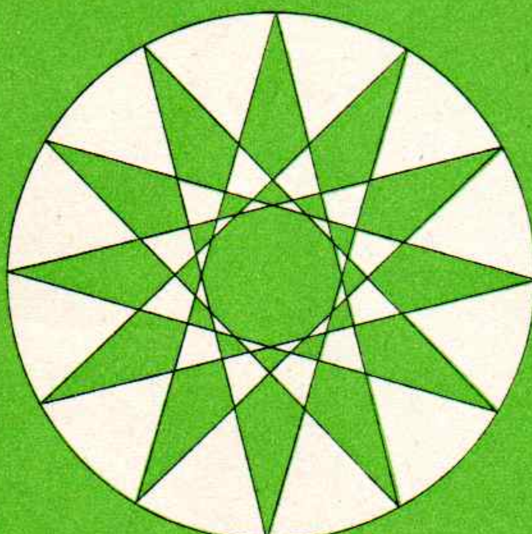
LA SCIENZA PER I GIOVANI

Numeri - Figure - Materia - Energia



Anno IV **5 - 6** 1954-55

CASA EDITRICE FELICE LE MONNIER - FIRENZE

LA SCIENZA PER I GIOVANI

SUPPLEMENTO DI "ARCHIMEDE"

a cura di

R. GIANNARELLI e B. GIANNELLI

PER GLI STUDENTI DELLE SCUOLE SECONDARIE SUPERIORI
E PER I CULTORI DI MATEMATICA E FISICA ELEMENTARI

ANNO IV – N. 5-6 MARZO-APRILE 1955

SOMMARIO

L. CONTE – *Cristiano Huygens* . . . . Pag. 65
L. TALAMO – *Un errore di Dante?* 71
S. NICOTRA – *Armonie geometriche* 75
L. CALDO – *Anno tropico e anno civile* 77
G. U. ZANOBINI – *Il magnetismo terrestre* 82
N. MINNAJA – *La fisica nel Giappone moderno* 87

Da libri vecchi e nuovi – Palestra delle gare – Questioni da risolvere – Risposte.

La Rivista si pubblica in 8 fascicoli annuali di pagg. 16 ciascuno. Inviare articoli, note, quesiti al prof. Roberto Giannarelli, Via Teulada, 95 – Roma (913 bis).
I manoscritti, anche se non pubblicati, non si restituiscono.

CONDIZIONI DI ABBONAMENTO:

ANNUALE PER L'ITALIA L. 500
PER L'ESTERO L. 700 – UN NUMERO SEPARATO L. 80

I versamenti devono essere effettuati direttamente alla Casa Editrice LE MONNIER (c. c. Postale 5/2173)

DIRETTORE RESPONSABILE: ROBERTO GIANNARELLI
FIRENZE, STABILIMENTI TIPOGRAFICI « ENRICO ARIANI » E « L'ARTE DELLA STAMPA »

Inscritto nel Registro del Tribunale di Firenze al n. 79 in data 5-3-1949

ARMONIE GEOMETRICHE

1. Il teorema di Eulero sui punti notevoli d'un triangolo.

In un triangolo qualunque l'ortocentro, il baricentro e il circocentro sono in linea retta e la distanza dell'ortocentro dal baricentro è doppia di quella del baricentro dal circocentro.

Nel triangolo ABC (fig. 1) siano: H l'ortocentro, cioè il punto d'incontro delle tre altezze, e G il baricentro, cioè il punto d'incontro delle tre mediane.

Si considerino le altezze AR e CT, relative, rispettivamente, ai lati BC e AB (le quali, naturalmente, passeranno per H) e le mediane AA_1 e CC_1 relative agli stessi lati (le quali passeranno per G). Sul prolungamento di HG, dalla parte di G, si prenda $GO = \frac{1}{2} HG$ e si chiamino E e D i punti medi, rispettivamente, di HG e AG: sarà, allora: $HE = EG = GO$.

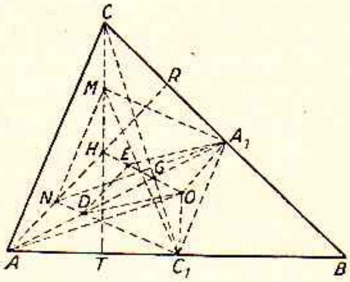


Fig. 1.

Poichè, com'è noto, il baricentro divide ciascuna mediana in due parti delle quali quella avente un estremo nel vertice è doppia dell'altra, si avrà anche: $AD = DG = GA_1$. Il quadrangolo OA_1ED, per avere le diagonali che si dividono scambievolmente per metà, è un parallelogrammo; onde è OA_1 parallelo (ed eguale) a DE. Ma DE, come congiungente i punti medi D, E dei lati AG, NG del triangolo AGH, è parallelo ad AH (ed eguale anche alla metà di esso); dunque sarà OA_1 parallelo ad AH. Ma poichè AH è perpendicolare a BC, sarà anche OA_1 perpendicolare a BC. Insomma OA_1 è perpendicolare a BC nel suo punto medio: dunque OA_1 è l'asse del lato BC. Analogamente si dimostra che OC_1 è l'asse del lato AB. Per conseguenza, il punto O, intersezione degli assi dei lati BC e AB, è il circocentro del triangolo ABC, ed il teorema è così dimostrato.

Da questo teorema discendono altre proprietà del triangolo. Infatti, se N è il punto medio di AH, il quadrangolo OA_1NA è un parallelogrammo e quindi gli altri due lati opposti di esso, OA ed A_1N, sono eguali. Ma OA è il raggio del cerchio circoscritto al triangolo, dunque si ha:

a) *In un triangolo qualsiasi la congiungente il punto medio di un lato col punto medio del segmento della corrispondente altezza, compreso fra il vertice e l'ortocentro, è eguale al raggio del cerchio circoscritto al triangolo.*

Si osservi ora che, detto M il punto medio di CH, è A_1C_1 parallelo ad AC ed eguale alla metà di esso; analogamente, MN è parallelo ad AC ed eguale alla metà di esso. Dunque A_1C_1 è parallelo ed eguale ad MN. Allora, il quadrangolo A_1MNC_1 è un parallelogrammo; anzi un rettangolo perchè, per la propr. a, è $A_1N = C_1M$. Perciò si ha:

b) *In un triangolo qualunque i punti medi di due lati e il punto medio del segmento di una delle corrispondenti altezze, compreso tra il vertice e l'ortocentro* *sono i vertici di un triangolo rettangolo di ipotenusa eguale al raggio del cerchio circoscritto.*

Di siffatti triangoli, evidentemente, ve ne sono sei, perchè i segmenti congiungenti i punti medi dei lati, del triangolo, sono tre e gli estremi di ciascuno di essi possono congiungersi sia col punto medio del segmento dell'altezza relativa ad uno dei lati, e compreso tra il vertice e l'ortocentro, che coll'analogo punto dell'altezza relativa all'altro lato; e tali triangoli hanno, per la propr. a, le ipotenuse eguali, ciascuna, al raggio del cerchio circoscritto al triangolo.

2. La circonferenza di Feuerbach.

Siamo ora in grado di dimostrare la bellissima proprietà espressa dal teorema seguente:

In un triangolo qualunque i punti medi dei lati, i piedi delle altezze e i punti medi dei segmenti di esse, compresi tra i vertici e l'ortocentro, appartengono ad una stessa circonferenza (detta di nove punti o di Feuerbach).

Infatti, si considerino (fig. 2) i triangoli A_1C_1N e A_1C_1M, relativi alla coppia di punti medi A_1, C_1. Poichè il quadrangolo A_1C_1NM, come dianzi si è dimostrato, è un rettangolo, il punto d'incontro F delle diagonali A_1N e C_1M è equidistante dai punti A_1, C_1, N, M.

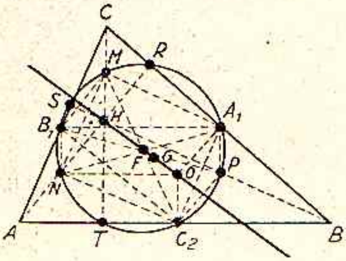


Fig. 2.

Se ora si considerano i triangoli A_1B_1N, A_1B_1P, relativi alla coppia di punti medi A_1, B_1, dovendo l'ipotenusa B_1P del primo dividere per metà l'ipotenusa A_1N dell'altro, essa ipotenusa B_1P dovrà passare per F, essendo unico il punto medio d'un segmento. La terza coppia di triangoli rettangoli B_1C_1M, B_1C_1P, e cioè quella relativa ai punti medi B_1 e C_1, ha già le ipotenuse che si dividono per metà. Dunque i sei punti A_1, B_1, C_1, M, N, P sono equidistanti da F.

Considerando poi i triangoli rettangoli NRA_1, PSB_1, MTC_1 e tenendo presente che il punto medio dell'ipotenusa è equidistante dai tre vertici, risulta che anche i punti R, S, T hanno da F distanza eguale a quella che i precedenti punti hanno da F. Dunque i nove punti predetti appartengono alla circonferenza di centro F e la proprietà è così dimostrata.

Da quanto precede risulta che:

a) *Il diametro del cerchio dei nove punti è eguale al raggio del cerchio circoscritto al triangolo.*

Notiamo, infine, l'elegante proprietà:

b) *Il centro del cerchio di Feuerbach è il punto medio del segmento che congiunge l'ortocentro col circocentro.*

Infatti, essendo OA_1 parallelo ed eguale ad NH, il quadrangolo OA_1HN è un parallelogrammo e per conseguenza le sue diagonali A_1N ed HO si dividono scambievolmente per metà e perciò è $HF = FO$.

3. La retta alla quale appartengono l'ortocentro, il baricentro, il circocentro ed il centro del cerchio dei nove punti è detta *retta di* Eulero.

Salvatore Nicotra